✦ TESTUL 1 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare număr natural care împărțit la 7 dă câtul 10 este egal cu:
a) 70; **b)** 71; **c)** 76; **d)** 77.

(5p) **2.** Un telefon care costă 1000 de lei se ieftinește cu 10%, iar noul preț se mărește cu 10%. Diferența dintre prețul inițial și prețul final al telefonului este egală cu:
a) 0 lei; **b)** 1 leu; **c)** 10 lei; **d)** 20 de lei.

(5p) **3.** Diferența dintre cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalul $(-3, 5]$ este egală cu:
a) -8; **b)** -7; **c)** -6; **d)** 2.

(5p) **4.** Dintre următoarele șiruri de numere, cel scris în ordine crescătoare este:
a) $\frac{2}{3}; 0,5; \frac{5}{6}; 0,75;$ **b)** $\frac{5}{6}; 0,5; 0,75; \frac{2}{3};$ **c)** $0,5; 0,75; \frac{2}{3}; \frac{5}{6};$ **d)** $0,5; \frac{2}{3}; 0,75; \frac{5}{6}.$

(5p) **5.** Patru elevi, Ana, Bogdan, Cristi și Dana, au calculat rădăcina pătrată a produsului numerelor $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$ și $\sqrt{15}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor:

Ana	**Bogdan**	**Cristi**	**Dana**
$2\sqrt{15}$	$10\sqrt{6}$	60	3600

Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este:
a) Ana; **b)** Bogdan; **c)** Cristi; **d)** Dana.

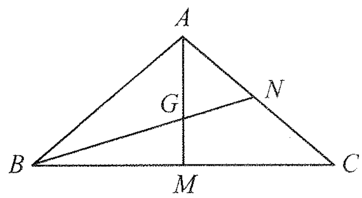
(5p) **6.** Teodor a parcurs într-o zi 24 km, adică $\frac{3}{5}$ din drumul pe care trebuia să-l străbată. Sora lui Teodor spune că lungimea totală a drumului pe care îl avea de parcurs Teodor este de 40 km. Afirmația surorii este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

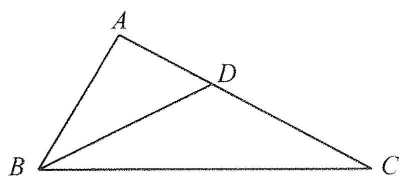
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, coliniare, în această ordine. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N se află pe segmentul BC, astfel încât $BN = 2NC$. Dacă $AB = 6$ cm și $BC = 12$ cm, atunci lungimea segmentului MN este egală cu:

a) 6 cm; **b)** 9 cm; **c)** 11 cm; **d)** 15 cm.

(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = AC = 10$ cm și $BC = 16$ cm. Medianele AM și BN se intersectează în punctul G. Lungimea segmentului AG este egală cu:
a) 10 cm; **b)** 8 cm;
c) 6 cm; **d)** 4 cm.

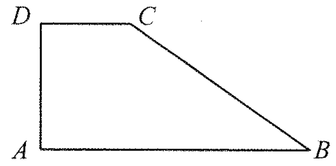


(5p) **3.** În figura alăturată este desenat un triunghi ABC cu $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle C = 30°$ și $AC = 6\sqrt{3}$ cm. Dacă BD este bisectoarea unghiului ABC, atunci lungimea segmentului AD este egală cu:
a) $2\sqrt{3}$ cm; **b)** $3\sqrt{3}$ cm;
c) $4\sqrt{3}$ cm; **d)** $5\sqrt{3}$ cm.



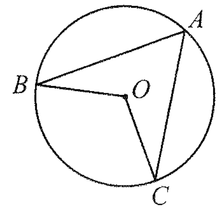
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $AB = 6$ m, $BC = 5$ m și $CD = 2$ m. Aria trapezului $ABCD$ este egală cu:

a) $40\ m^2$; **b)** $24\ m^2$;
c) $12\ m^2$; **d)** $6\ m^2$.



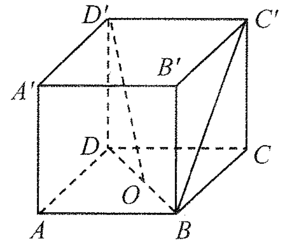
(5p) **5.** În figura alăturată este desenat triunghiul ABC înscris în cercul cu centrul în O. Dacă $\sphericalangle BOC = 150°$, atunci măsura unghiului BAC este egală cu:

a) $90°$; **b)** $75°$;
c) $60°$; **d)** $45°$.



(5p) **6.** În figura alăturată este desenat cubul $ABCDA'B'C'D'$. Punctul O este mijlocul segmentului BD. Măsura unghiului determinat de dreptele BC' și $D'O$ este egală cu:

a) $15°$; **b)** $30°$;
c) $45°$; **d)** $60°$.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Un biciclist a parcurs un drum în trei zile. În prima zi, el a parcurs cu 5 km mai puțin decât $\frac{1}{3}$ din lungimea drumului, a doua zi cu 15 km mai mult decât $\frac{1}{3}$ din rest, iar a treia zi ultimii 55 km.

(2p) **a)** Este posibil ca biciclistul să fi parcurs în prima zi 13 km? Justifică răspunsul dat.

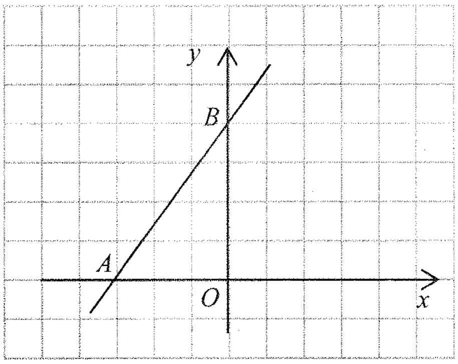
(3p) **b)** Determină lungimea totală a drumului.

2. Se consideră expresia $E(x) = (3x-2)^2 - (x-2)^2 + (x-1)(x+1) - 2x(4x-1)$, unde x este număr real.

(2p) **a)** Calculează $E(2)$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) \geq -10$, pentru orice număr real x.

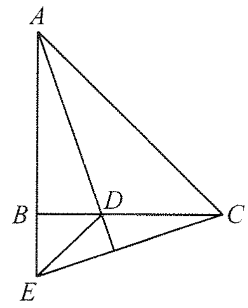
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x+12}{3}$. Fie A și B punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy, ale sistemului de axe ortogonale xOy.



(2p) **a)** Determină coordonatele punctelor A și B.

(3p) **b)** Determină coordonatele punctului P, situat pe graficul funcției f, astfel încât $AB = BP$.

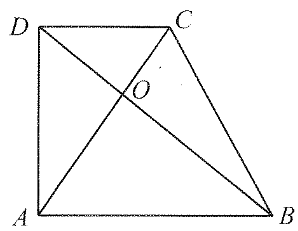
4. În figura alăturată sunt reprezentate triunghiurile dreptunghice isoscele ABC și DBE, cu $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DBE = 90°$, punctul D fiind situat pe BC. Se știe că $BC = 3BD = 12$ cm.



(2p) **a)** Calculează aria triunghiului ADC.

(3p) **b)** Demonstrează că dreptele AD și EC sunt perpendiculare.

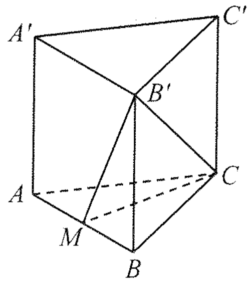
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu baza mare $AB = 16$ cm, baza mică $CD = 9$ cm și înălțimea $AD = 12$ cm. Diagonalele trapezului se intersectează în punctul O.



(2p) **a)** Calculează lungimea segmentului AO.

(3p) **b)** Demonstrează că diagonalele trapezului sunt perpendiculare.

6. În figura alăturată este reprezentată prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = 12$ cm și $BB' = 8$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AB.



(2p) **a)** Calculează aria triunghiului CMB'.

(3p) **b)** Determină distanța de la punctul A la planul (CMB').

✦ TESTUL 2 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma numerelor prime din șirul 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 este egală cu:
a) 10; **b)** 17; **c)** 45; **d)** 55.

(5p) **2.** Dacă $\frac{5}{2x-1}=\frac{3}{111}$, numărul real x este egal cu:
a) 93; **b)** 100; **c)** 278; **d)** 301.

(5p) **3.** Produsul dintre cel mai mic element negativ și cel mai mare element negativ ale mulțimii $A = \{-6, -3, -2, 0, 1, 2, 3, 4\}$ este egal cu:
a) 12; **b)** 0; **c)** −12; **d)** −24.

(5p) **4.** Scrierea fracției zecimale 0,1(6) sub formă de fracție ordinară este:
a) $\frac{16}{99}$; **b)** $\frac{16}{90}$; **c)** $\frac{8}{5}$; **d)** $\frac{1}{6}$.

(5p) **5.** Patru elevi efectuează calculul $(2+\sqrt{3})^2+(2-\sqrt{3})^2$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:

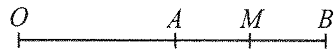
Andrei	**Bianca**	**Codrin**	**Daniela**
4	10	14	$8\sqrt{3}$

Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este:
a) Andrei; **b)** Bianca; **c)** Codrin; **d)** Daniela.

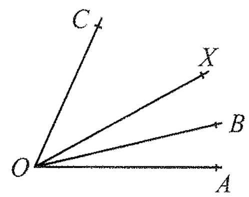
(5p) **6.** Un biciclist s-a deplasat cu viteza de 15 km/h pe o distanță de 45 km, iar un pieton s-a deplasat cu viteza de 4 km/h pe o distanță de 10 km. Dintre cei doi, cel care a avut un timp de deplasare mai scurt a fost:
a) biciclistul; **b)** pietonul.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

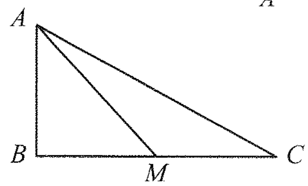
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare O, A, B. Se știe că $OA = 7$ cm, $OB = 13$ cm și că punctul M este mijlocul segmentului AB. Lungimea segmentului OM este egală cu:
a) 3 cm; **b)** 7 cm; **c)** 10 cm; **d)** 13 cm.



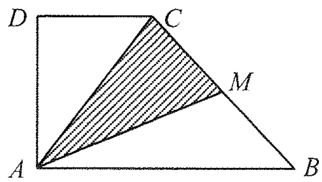
(5p) **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente AOB și BOC, cu $\sphericalangle AOB = 10°$ și $\sphericalangle BOC = 64°$. Dacă semidreapta OX este bisectoarea unghiului AOC, atunci măsura unghiului BOX este egală cu:
a) 10°; **b)** 20°;
c) 27°; **d)** 37°.



(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $AB = 6$ cm și ipotenuza $AC = 10$ cm. Lungimea medianei AM este egală cu:
a) $2\sqrt{5}$ cm; **b)** 6 cm;
c) $2\sqrt{13}$ cm; **d)** 8 cm.

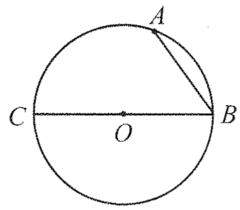


(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu bazele AB și CD, în care măsura unghiului BAD este egală cu 90°, $AD = 4$ cm și $AB = 7$ cm. Dacă punctul M este mijlocul laturii BC, atunci aria triunghiului AMC este egală cu:
a) 6 cm²; **b)** 7 cm²;
c) 14 cm²; **d)** 28 cm².



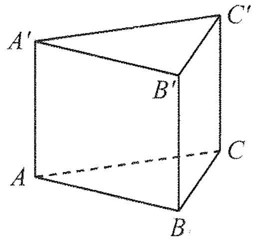
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și diametru $BC = 12$ cm. Punctul A aparține cercului, astfel încât $AB = 6$ cm. Măsura arcului mic $\overset{\frown}{AC}$ este egală cu:

a) 60°; **b)** 90°;
c) 120°; **d)** 180°.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentată prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = 6$ cm și $AA' = 8$ cm. Perimetrul triunghiului $A'BC$ este egal cu:

a) 18 cm; **b)** 20 cm;
c) 22 cm; **d)** 26 cm.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Dana are un coș cu mere roșii, galbene și verzi, în total fiind 52 de mere. Numerele merelor roșii, galbene și verzi sunt direct proporționale cu 2, 5, respectiv 6.

(2p) **a)** Câte mere roșii are Dana în coș?

(3p) **b)** Determină câte mere galbene ar trebui să mai pună Dana în coș astfel încât numărul merelor galbene să reprezinte jumătate din numărul total al merelor.

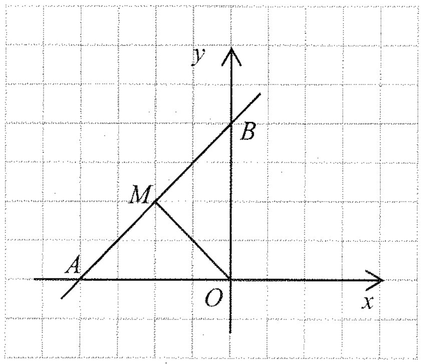
2. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 3)^2 + (2x - 3)^2 + (4x - 6)(2x + 3) - 2(7x^2 + 2x - 3)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 2x^2 - 4x + 6$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Determină mulțimea numerelor reale x pentru care $E(x) \leq 8 - 4x$.

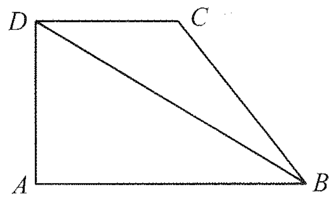
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 2$.

(2p) **a)** Calculează $f(-4) \cdot f(-3) \cdot f(-2) \cdot f(-1)$.



(3p) **b)** Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul M este mijlocul segmentului AB, calculează perimetrul triunghiului AMO.

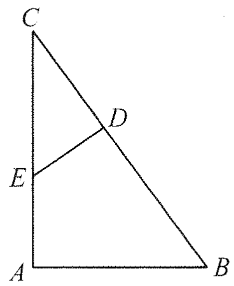
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu baza mare $AB = 6$ cm, baza mică $CD = 4$ cm, $\sphericalangle A = 90°$ și $\sphericalangle B = 60°$.



(2p) a) Calculează aria trapezului $ABCD$.

(3p) b) Determină măsura unghiului BDC.

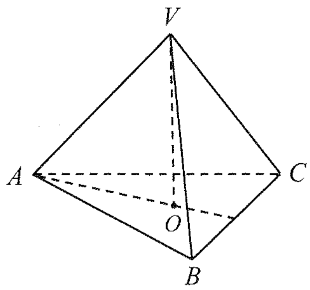
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC, cu catetele $AB = 6$ cm și $AC = 8$ cm. Punctele D și E sunt situate pe laturile BC, respectiv AC, astfel încât $CD = 4$ cm și $CE = 5$ cm.



(2p) a) Calculează lungimea ipotenuzei BC.

(3p) b) Demonstrează că dreptele AD și BE sunt perpendiculare.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu latura bazei $AB = 12$ cm și înălțimea $VO = 2$ cm.



(2p) **a)** Calculează aria laterală a piramidei $VABC$.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului format de planele (ABC) și (VBC).

✦ TESTUL 3 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^4 \leq x < 2^5\}$ este:

a) 1; **b)** 16; **c)** 17; **d)** 15.

(5p) **2.** Dintre numerele $\frac{5}{4}, \frac{11}{7}, \frac{7}{6}, \frac{3}{9}$, cel care se transformă într-o fracție zecimală finită este:

a) $\frac{5}{4}$; **b)** $\frac{11}{7}$; **c)** $\frac{7}{6}$; **d)** $\frac{3}{9}$.

(5p) **3.** Suma numerelor $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, -1 și $-\frac{2}{3}$ este egală cu:

a) $\frac{1}{6}$; **b)** $-\frac{1}{3}$; **c)** $-\frac{2}{3}$; **d)** $\frac{1}{12}$.

(5p) **4.** Dacă $a > b > 0$, $a - b = \sqrt{2}$ și $a^2 - b^2 = \sqrt{32}$, atunci media aritmetică a numerelor a și b este:

a) 2; **b)** 4; **c)** 1; **d)** $2\sqrt{2}$.

(5p) **5.** Alin, Briana, Cornel și Doru au avut de descompus în factori expresia $x^3 - x^2 - x + 1$, unde $x \in \mathbb{R}$. Rezultatele obținute de cei patru elevi sunt trecute în tabelul următor:

Alin	**Briana**	**Cornel**	**Doru**
$(x-1)^2(x+1)$	$(x+1)^2(x-1)$	$(x-1)(x^2+1)$	$x(x-1)(x+1)$

Elevul care a obținut rezultatul corect este:

a) Briana; **b)** Cornel; **c)** Doru; **d)** Alin.

(5p) **6.** Prețul unui produs este 100 de lei. Alexia afirmă că, după o scumpire cu 10%, urmată de o ieftinre cu 10%, prețul produsului va fi tot 100 de lei. Afirmația Alexiei este:

a) adevărată; **b)** falsă.

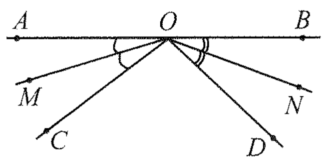
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Știind că $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$, $\sphericalangle BAC = 40°$ și $\sphericalangle PQR = 60°$, măsura unghiului ACB este egală cu:

a) 40°; **b)** 60°; **c)** 80°; **d)** 72°.

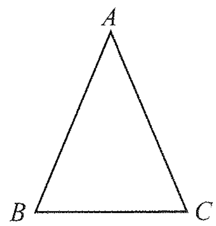
(5p) **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiul alungit AOB și punctele M, C, D, N, situate de aceeași parte a dreptei AB. Semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOC, iar semidreapta ON este bisectoarea unghiului BOD. Dacă măsura unghiului MON este 150°, atunci măsura unghiului DOC este egală cu:

a) 75°; **b)** 90°;
c) 120°; **d)** 100°.

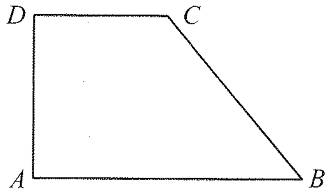


(5p) **3.** În figura alăturată, ABC este un triunghi isoscel, având $AB = AC = 12$ cm și $\sphericalangle ABC = 75°$. Distanța de la punctul C la dreapta AB este egală cu:

a) 6 cm; **b)** 9 cm;
c) 3 cm; **d)** 8 cm.

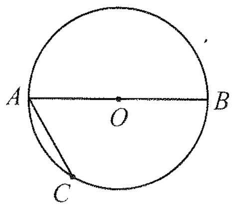


(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez dreptunghic în care $AB \parallel CD$, $AB = 2 \cdot CD$, $BC = 6$ cm și $\sphericalangle BCD = 150°$. Aria trapezului este egală cu:



a) $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$ cm^2; **b)** $6\sqrt{3}$ cm^2;
c) $9\sqrt{3}$ cm^2; **d)** $27\sqrt{3}$ cm^2.

(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc având centrul în O, în care AB este diametru și C este un punct pe cerc. Dacă $AB = 12$ cm și $AC = 6$ cm, atunci lungimea arcului mic $\overset{\frown}{BC}$ este egală cu:



a) 18π cm; **b)** 4π cm;
c) 36π cm; **d)** 12π cm.

(5p) **6.** Un tetraedru regulat $ABCD$ are aria triunghiului BCD egală cu $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ cm^2. Aria laterală a tetraedrului este egală cu:

a) $9\sqrt{3}$ cm^2; **b)** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ cm^2; **c)** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ cm^2; **d)** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$ cm^2.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Teodora și Andrei vor să cumpere mamei lor un cadou. Teodora are 75% din prețul cadoului, Andrei are 60% din prețul cadoului și împreună au 270 de lei.

(2p) **a)** Poate fi prețul cadoului 100 de lei? Justifică răspunsul.

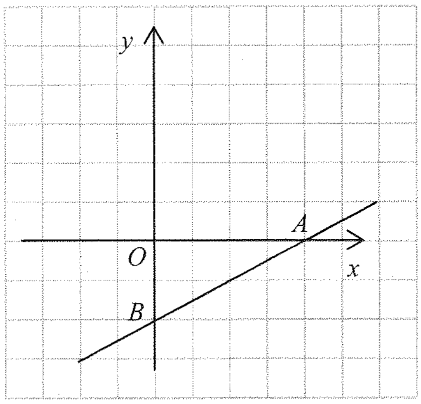
(3p) **b)** Determină suma de bani a fiecărui copil.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+\sqrt{2})^2 + (1-x\sqrt{2})^2 + x(3-x) - 2$, unde x este număr real.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = (x+1)(2x+1)$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Dacă $n \in \{3k+1, 3k+2\}$, unde k este un număr întreg, demonstrează că numărul $E(n)$ este divizibil cu 3.

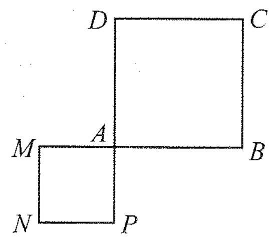
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{2} - 2$.



(2p) **a)** Arată că $f(0) \cdot f(2) \cdot f(4) = 0$.

(3p) **b)** Dacă A și B sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar M este mijlocul segmentului AB, determină aria triunghiului AOM.

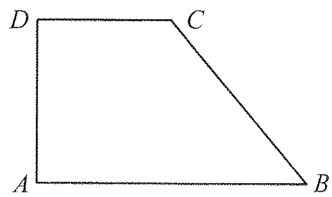
4. În figura alăturată sunt reprezentate pătratele $ABCD$ și $AMNP$, având interioarele disjuncte. Se știe că $AB = 2$ cm și $AM = 1$ cm, unde A este punctul de intersecție a dreptelor DP și BM.



(2p) **a)** Arată că aria patrulaterului $BDMP$ este egală cu $\frac{9}{2}$ cm^2.

(3p) **b)** Dacă punctul Q este simetricul punctului P față de punctul A, demonstrează că Q este ortocentrul triunghiului BMD.

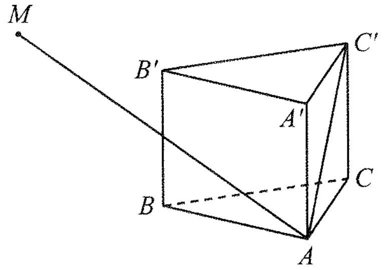
5. În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez dreptunghic cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AD \perp AB$ și $AD = 2\sqrt{3}$ cm. BD este bisectoarea unghiului ABC, iar măsura unghiului BCD este egală cu $120°$.



(2p) **a)** Demonstrează că lungimea segmentului BC este egală cu 4 cm.

(3p) **b)** Dacă $\{O\} = AC \cap BD$, determină distanța de la punctul O la dreapta AB.

6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, având $AB = 6$ cm și volumul egal cu $162\ cm^3$. Punctul M este simetricul punctului A față de mijlocul segmentului BB'.



(2p) **a)** Arată că măsura unghiului format de dreptele MB și CC' este egală cu $30°$.

(3p) **b)** Determină distanța de la punctul M la planul (ACC').

✦ TESTUL 4 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $16 : 8 \cdot 2 - 0^3 + (-1)^{2023}$ este:

a) -2023; **b)** -1; **c)** 3; **d)** -2020.

(5p) **2.** Un obiect costă 80 de lei. După o scumpire cu 15%, prețul obiectului crește cu:

a) 92 de lei; **b)** 68 de lei; **c)** 95 de lei; **d)** 12 lei.

(5p) **3.** Probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element x al mulțimii $A = \{6, 7, 8, 9, 10\}$, fracția $\frac{7}{x-1}$ să fie subunitară, este:

a) 1; **b)** $\frac{2}{5}$; **c)** $\frac{3}{5}$; **d)** $\frac{5}{2}$.

(5p) **4.** Valoarea numărului natural n pentru care intervalul $(-n, n]$ conține exact trei numere întregi pare este:

a) 2; **b)** 1; **c)** 3; **d)** 4.

(5p) **5.** Media aritmetică a numerelor $x = \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}$ și $y = \sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$ este egală cu:

a) 4; **b)** $6\sqrt{2}$; **c)** $3\sqrt{2}$; **d)** 2.

(5p) **6.** Silviu a cumpărat un pix și un creion, pentru care a plătit 5 lei. Pixul costă cu 3 lei mai mult decât creionul. Dacă Silviu afirmă: „Prețul creionului este 1 leu.", afirmația lui este:

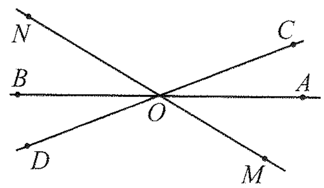
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine, astfel încât $AD = 2AC = 3AB = 12$ cm. Lungimea segmentului BC este egală cu:

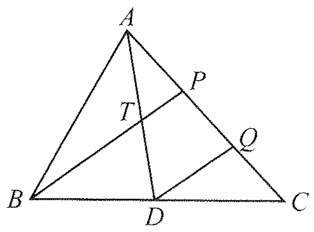
a) 4 cm; **b)** 6 cm; **c)** 8 cm; **d)** 2 cm.

(5p) **2.** În figura alăturată sunt reprezentate dreptele AB, CD și MN, concurente în punctul O. Dacă măsura unghiului NOA este egală cu 130°, iar unghiul COM are măsura egală cu 80°, atunci măsura unghiului DOB este egală cu:



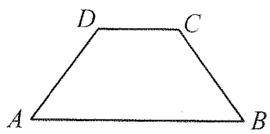
a) 210°; **b)** 50°;
c) 10°; **d)** 30°.

(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC. Punctul D este mijlocul laturii BC, punctele P și Q aparțin laturii AC și $AP = PQ = QC$, iar T este punctul de intersecție dintre BP și AD. Dacă lungimea segmentului DQ este egală cu 6 cm, atunci lungimea segmentului TB este egală cu:



a) 12 cm; **b)** 3 cm;
c) 9 cm; **d)** 18 cm.

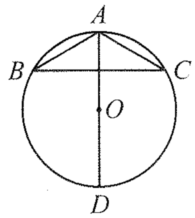
(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez isoscel având $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $CD = 6$ cm, $AD = 4\sqrt{2}$ cm și măsura unghiului DAB egală cu 45°. Lungimea liniei mijlocii a trapezului este egală cu:



a) 14 cm; **b)** 20 cm;
c) 4 cm; **d)** 10 cm.

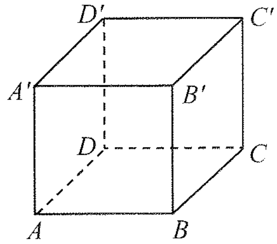
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc cu centrul în O, în care este înscris triunghiul isoscel ABC, cu $AB = AC$ și măsura unghiului ABC egală cu $30°$. Dacă D este punct diametral opus punctului A, atunci măsura unghiului DOB este egală cu:

a) $60°$; **b)** $120°$;
c) $150°$; **d)** $30°$.



(5p) **6.** În cubul din figura alăturată, volumul și aria totală se exprimă prin același număr real (diferă unitățile de măsură). Lungimea diagonalei cubului, exprimată în centimetri, este egală cu:

a) 6; **b)** 12;
c) $3\sqrt{3}$; **d)** $6\sqrt{3}$.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Alin, Bianca și Codrin au împreună 57 de lei. Alin are cu 6 lei mai mult decât Codrin și cu 1 leu mai puțin decât dublul sumei Biancăi.

(2p) **a)** Justifică dacă Bianca poate avea 15 lei.

(3p) **b)** Determină suma fiecărui copil.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(1+\frac{3x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}-1\right)^2 - 2\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, unde x este număr real.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 1 + 4x$, pentru orice număr real x.

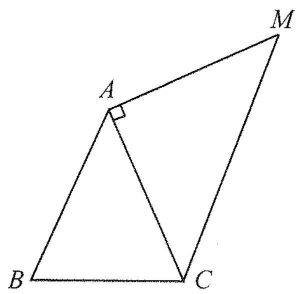
(3p) **b)** Demonstrează că $E(n^2) + E(n) - 1$ este pătratul unui număr impar, oricare ar fi numărul natural n.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 3$.

(2p) **a)** Arată că $f(\sqrt{5}) \cdot f(-\sqrt{5}) = 4$.

(3p) **b)** Demonstrează că simetricul punctului $P(1, 4)$ față de axa ordonatelor a sistemului de axe ortogonale xOy aparține reprezentării grafice a funcției f.

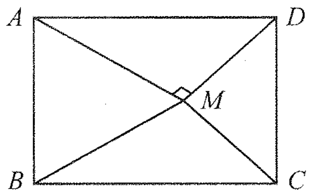
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, având baza BC și măsura unghiului ABC egală cu $75°$. În exteriorul său este reprezentat triunghiul dreptunghic isoscel AMC, având ipotenuza MC.



(2p) **a)** Arată că măsura unghiului BMC este egală cu $15°$.

(3p) **b)** Dacă P este punctul de intersecție a dreptelor AC și BM, demonstrează că $AB^2 = AP \cdot BM$.

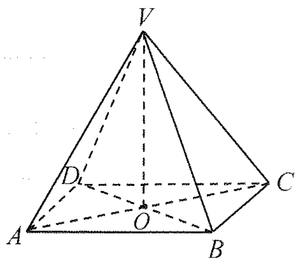
5. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi în care $AD = 12$ cm, M este un punct interior astfel încât triunghiul ABM este echilateral, iar AM și DM sunt drepte perpendiculare.



(2p) **a)** Demonstrează că perimetrul dreptunghiului este mai mic decât 45 cm.

(3p) **b)** Determină ce procent din aria dreptunghiului $ABCD$ reprezintă aria triunghiului MAD.

6. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată, cu $AB = 6$ cm și $\sphericalangle AVC = 90°$.



(2p) **a)** Demonstrează că volumul piramidei este egal cu $36\sqrt{2}$ cm^3.

(3p) **b)** Determină tangenta unghiului format de înălțimea piramidei cu planul unei fețe laterale.

✦ TESTUL 5 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma divizorilor întregi ai numărului 4 este egală cu:
a) 7; **b)** 0; **c)** –7; **d)** 14.

(5p) **2.** Valoarea lui x din proporția $\frac{x-2}{4}=\frac{1}{2}$ este:
a) 0; **b)** 6; **c)** 2; **d)** 4.

(5p) **3.** Dacă $a=(+2)\cdot(-3)+|-5|$, atunci suma dintre a și inversul său este egală cu:
a) 0; **b)** 2; **c)** –2; **d)** 1.

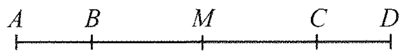
(5p) **4.** Transformând numărul 0,2(7) în fracție ordinară se obține:
a) $\frac{27}{90}$; **b)** $\frac{27}{99}$; **c)** $\frac{5}{18}$; **d)** $\frac{27}{100}$.

(5p) **5.** Dacă $a>0$, $b=4$, iar media geometrică a numerelor a și b este $2\sqrt{3}$, atunci media aritmetică a numerelor a și b este:
a) 7; **b)** 3,5; **c)** $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$; **d)** $\sqrt{3}+2$.

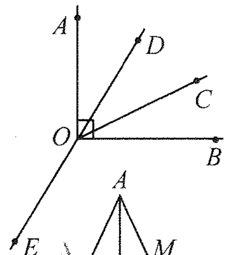
(5p) **6.** Un automobil se deplasează cu viteza constantă de 90 km/h. Șoferul se gândește: „Voi parcurge 60 km în 40 de minute". Raționamentul șoferului este:
a) corect; **b)** eronat.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

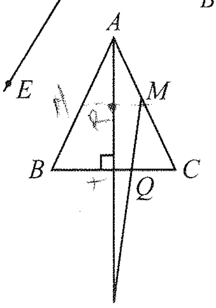
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, M, C și D, astfel încât $AC=BD$, iar M este mijlocul segmentului BC. Dacă $AB=2$ cm și $MC=3$ cm, lungimea segmentului AD este egală cu:
a) 4 cm; **b)** 6 cm; **c)** 9 cm; **d)** 10 cm.



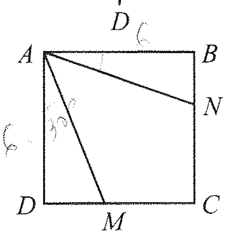
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat unghiul drept AOB, în interiorul căruia punctele C și D au proprietatea că unghiurile AOD, DOC și COB sunt congruente. Dacă OE este semidreapta opusă semidreptei OD, atunci măsura unghiului EOC este egală cu:
a) 150°; **b)** 90°;
c) 120°; **d)** 100°.



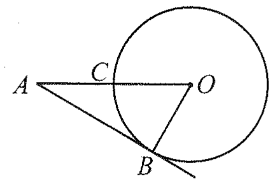
(5p) **3.** În figura alăturată, ABC este un triunghi isoscel în care $AB=AC$ și $BC=12$ cm. Punctul D este simetricul punctului A față de dreapta BC, M este mijlocul segmentului AC și Q este punctul de intersecție dintre BC și DM. Lungimea segmentului BQ este egală cu:
a) 4 cm; **b)** 9 cm;
c) 8 cm; **d)** 7,5 cm.



(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$. Punctele M și N aparțin segmentelor DC, respectiv BC, astfel încât $\sphericalangle DAM=\sphericalangle BAN=30°$. Dacă $AB=6$ cm, atunci aria triunghiului MAN este egală cu:
a) 12 cm^2; **b)** $8\sqrt{3}$ cm^2;
c) 24 cm^2; **d)** $12\sqrt{3}$ cm^2.



(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc cu centrul în O şi raza egală cu 5 cm. Punctul A este exterior cercului, $AO = 10$ cm, AB este tangentă cercului în punctul B şi AO intersectează cercul în punctul C. Măsura arcului mic $\overset{\frown}{BC}$ este egală cu:



a) 300°; **b)** 30°;
c) 80°; **d)** 60°.

(5p) **6.** O piramidă, având volumul egal cu 288 cm^3, se secţionează cu un plan paralel cu planul bazei care trece prin mijlocul înălţimii. Volumul piramidei mici care se formează este egal cu:

a) 144 cm^3; **b)** 36 cm^3; **c)** 72 cm^3; **d)** 252 cm^3.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un dreptunghi are aria egală cu 600 m^2. Dacă se măreşte lăţimea cu 4 m şi se micşorează lungimea cu 5 m, aria dreptunghiului rămâne neschimbată.

(2p) **a)** Justifică dacă lăţimea dreptunghiului poate fi egală cu 15 m.

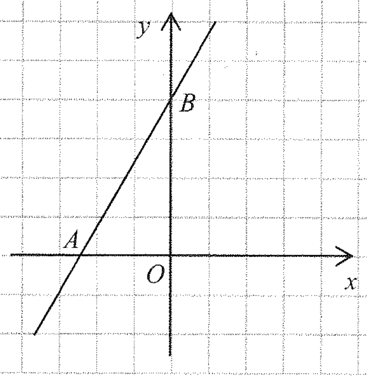
(3p) **b)** Determină perimetrul dreptunghiului.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(x - \frac{1}{2-x}\right) : \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 7x + 10}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 2, 5\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{x-5}{x}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 2, 5\}$.

(3p) **b)** Determină numerele întregi n pentru care $E(n)$ este număr întreg.

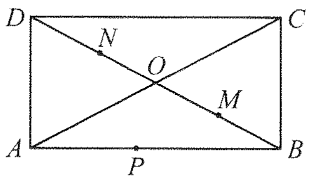
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{2} + 2$.



(2p) **a)** Arată că aria triunghiului AOB este egală cu $\sqrt{2}$, unde A și B sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy.

(3p) **b)** Rezolvă în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x) \leq x$.

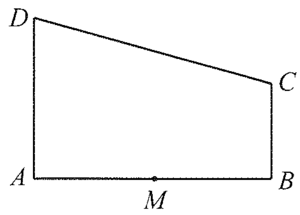
4. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi, O este punctul de intersecție a diagonalelor sale, $AB > AD$ și $AC = 4$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor OB, respectiv OD, iar P este un punct pe AB astfel încât $PM = PN = 2$ cm.



(2p) **a)** Arată că aria triunghiului MNP este egală cu $\sqrt{3}$ cm^2.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului AB.

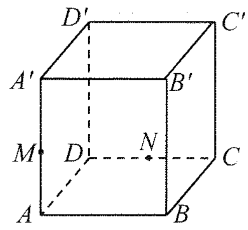
5. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$, în care $AD \parallel BC$, $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 90°$, $AD = 2BC = 6$ cm, $\mathcal{A}_{ABCD} = 27\sqrt{2}$ cm^2 și M este mijlocul segmentului AB.



(2p) **a)** Demonstrează că $CD = 9$ cm.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului DMC.

6. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este o prismă regulată cu aria laterală egală cu 96 cm^2 și aria totală egală cu 128 cm^2.



(2p) **a)** Arată că $AA' = 6$ cm.

(3p) **b)** Dacă punctele M și N sunt mijloacele muchiilor AA', respectiv DC, determină lungimea proiecției segmentului MN pe planul (BCC').

✦ TESTUL 6 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dintre numerele 4, 5, 6, 12, cel care are exact trei divizori naturali este:
a) 4; **b)** 5; **c)** 6; **d)** 12.

(5p) **2.** Soluția din mulțimea numerelor reale a ecuației $3{,}2 - 2 \cdot x = 1{,}4$ este:
a) 1,8; **b)** 0,6; **c)** 0,9; **d)** 2,3.

(5p) **3.** Alegând un număr de forma $\overline{1x2}$, probabilitatea ca acesta să fie divizibil cu 3 este:
a) $\frac{2}{5}$; **b)** $\frac{3}{10}$; **c)** $\frac{3}{9}$; **d)** $\frac{2}{10}$.

(5p) **4.** Cel mai mic număr natural n pentru care $3\sqrt{n} \in \left(2\sqrt{5}, 4\sqrt{3}\right)$ este:
a) 0; **b)** 1; **c)** 4; **d)** 5.

(5p) **5.** Patru eleve au avut de calculat produsul numerelor $a = (\sqrt{2}+1)^{-1}$ și $b = 1+(3-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})$. Rezultatele obținute sunt trecute în tabelul de mai jos:

Ana	Crina	Diana	Mihaela
$\sqrt{2}$	$2-\sqrt{2}$	$1+2\sqrt{2}$	2

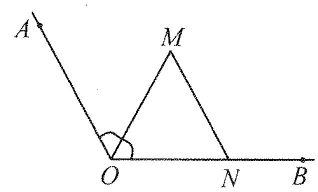
Eleva care a obținut rezultatul corect este:
a) Mihaela; **b)** Crina; **c)** Ana; **d)** Diana.

(5p) **6.** Într-o urnă sunt 16 bile. Un sfert dintre ele sunt albe și restul sunt negre. Irina afirmă: „Numărul bilelor negre din urnă este cu 12 mai mare decât cel al bilelor albe". Afirmația Irinei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

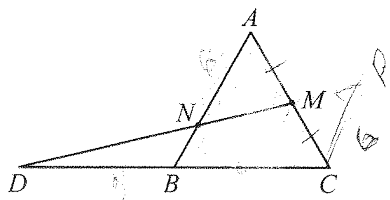
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C, cu $BC = 2AC$. Dacă M este mijlocul segmentului AC, N este mijlocul segmentului CB și $MN = 9$ cm, atunci lungimea segmentului AC este egală cu:
a) 3 cm; **b)** 6 cm; **c)** 18 cm; **d)** 9 cm.

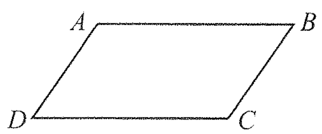
(5p) **2.** În figura alăturată, unghiul AOB are măsura egală cu 120°, OM este bisectoarea sa și MN este paralelă cu OA, unde $N \in OB$. Atunci măsura unghiului MNO este egală cu:
a) 90°; **b)** 120°;
c) 60°; **d)** 30°.



(5p) **3.** În figura alăturată, ABC este un triunghi echilateral având perimetrul egal cu 27 cm. Punctul D este simetricul punctului C față de B, iar punctul N aparține laturii AB astfel încât $AN = 6$ cm. Dacă M este intersecția dreptelor DN și AC, atunci lungimea segmentului MC este egală cu:
a) 4,5 cm; **b)** 4 cm;
c) 6 cm; **d)** 5 cm.

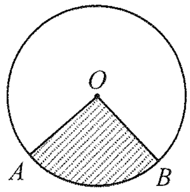


(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un paralelogram în care $AD = 12$ cm, $\sphericalangle ABC = 60°$ și măsura unghiului BAC este egală cu o treime din măsura unghiului CAD. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu:
a) 36 cm; **b)** 24 cm;
c) 72 cm; **d)** 48 cm.



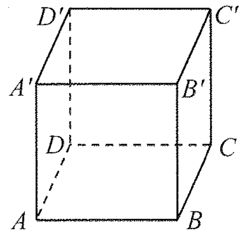
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc cu centrul O. Măsura arcului mic $\overset{\frown}{AB}$ este egală cu 72° și aria porțiunii hașurate este egală cu 4π cm^2. Lungimea razei cercului este egală cu:

a) 4 cm; **b)** $2\sqrt{5}$ cm;
c) 20 cm; **d)** 10 cm.



(5p) **6.** Un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are $AB = 4$ cm, $AD = 3$ cm și $AC' = 13$ cm. Volumul paralelipipedului este egal cu:

a) 144 cm^3; **b)** 72 cm^3;
c) 36 cm^3; **d)** 288 cm^3.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Numărul $\overline{xyz}$ are proprietatea că $\overline{xyz} = \overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx}$.

(2p) **a)** Este posibil ca cifra x să fie egală cu 2? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină numărul $\overline{xyz}$ care îndeplinește condiția din enunț.

2. Se consideră expresiile $E_1(x) = (x-3)^2 - (x+1)^2$ și $E_2(x) = (x+4)^2 - (x-2)^2$, unde x este număr real.

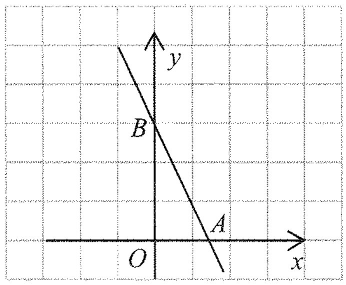
(2p) **a)** Arată că $E_2(x) = 12(x+1)$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Dacă n este număr natural impar, demonstrează că $E_1(n) + E_2(n)$ se divide cu 8.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - 2x$.

(2p) **a)** Arată că $\dfrac{f(1) - f(\sqrt{2})}{\sqrt{2} - 1}$ este număr natural prim.

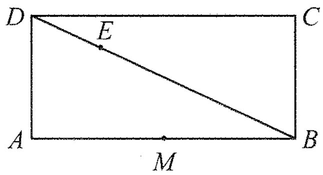
(3p) **b)** Dacă reprezentarea grafică a funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B, determină valoarea numărului real m, știind că aria triunghiului PBA este egală cu 3, unde $P(0, m)$.



4. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi având $BC = 3\sqrt{6}$ cm și $AB = 6\sqrt{3}$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AB, iar punctul E aparține diagonalei DB, cu $DE = 3\sqrt{2}$ cm.

(2p) **a)** Demonstrează că sinusul unghiului ABD este mai mare decât $\dfrac{1}{2}$.

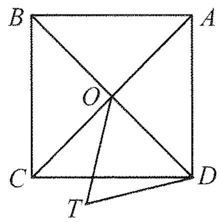
(3p) **b)** Arată că dreptele AE și CM sunt paralele.



5. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$ având centrul în O, iar punctul T este ales astfel încât triunghiul DOT să fie echilateral, cu perimetrul egal cu $6\sqrt{2}$ cm.

(2p) **a)** Arată că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu 24 cm.

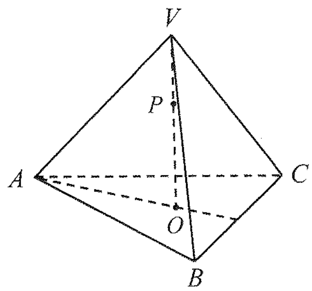
(3p) **b)** Determină aria triunghiului BDT.



6. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată având $VA = 2\sqrt{7}$ cm și raza cercului circumscris bazei egală cu 4 cm.

(2p) **a)** Arată că lungimea apotemei piramidei este egală cu 4 cm.

(3p) **b)** Dacă punctul $P \in VO$ este astfel încât $VP = 2\sqrt{3} - 2$ cm, calculează măsura unghiului determinat de planele (VBC) și (PBC).



✦ TESTUL 7 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $3-(-2)-3\cdot 2$ este:
a) -7; **b)** 4; **c)** -1; **d)** 1.

(5p) **2.** Un frigider costă 1600 de lei. După o scumpire cu 5%, prețul frigiderului devine:
a) 2400 de lei; **b)** 1680 de lei; **c)** 1700 de lei; **d)** 1760 de lei.

(5p) **3.** Dintre următoarele numere, cel întreg este:
a) $\sqrt{169}$; **b)** $\frac{17}{2}$; **c)** 2,5; **d)** $-1{,}3$.

(5p) **4.** Numărul natural n cu proprietatea $4\sqrt{3}<\sqrt{n}<5\sqrt{2}$ este:
a) 48; **b)** 49; **c)** 50; **d)** 51.

(5p) **5.** Patru elevi au efectuat calculul $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}-\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$, iar rezultatele pe care le-au obținut sunt prezentate în tabelul următor:

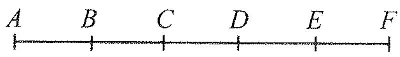
Andrei	**Bianca**	**Cristina**	**Daniel**
6	$4\sqrt{2}$	10	$-4\sqrt{2}$

Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect este:
a) Andrei; **b)** Bianca; **c)** Cristina; **d)** Daniel.

(5p) **6.** Diriginta împarte elevilor bomboanele dintr-o cutie. Maria observă că unii copii au luat câte două bomboane, ceilalți cinci doar câte una, iar în cutie au rămas trei bomboane. Ea afirmă că, inițial, în cutie a fost un număr par de bomboane. Afirmația Mariei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

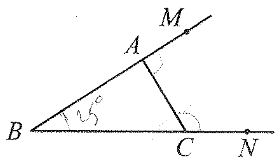
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D, E și F sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB=BC=CD=DE=EF$. Simetricul punctului D față de punctul C este:

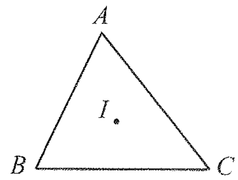


a) A; **b)** B; **c)** E; **d)** F.

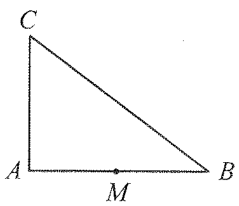
(5p) **2.** Măsura unghiului ABC din figura alăturată este egală cu 25°. Suma măsurilor unghiurilor MAC și NCA este egală cu:
a) 155°; **b)** 120°;
c) 205°; **d)** 215°.



(5p) **3.** Punctul I din figura alăturată este centrul cercului înscris în triunghiul ABC, iar unghiul ABI are măsura de 20°. Măsura unghiului AIC este egală cu:
a) 140°; **b)** 160°;
c) 120°; **d)** 110°.

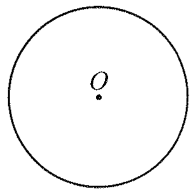


(5p) **4.** Triunghiul ABC din figura alăturată este dreptunghic în A, iar punctul M este mijlocul catetei AB. Dacă $AB=8$ cm și $AC=6$ cm, atunci distanța de la punctul M la dreapta BC este egală cu:
a) 1,2 cm; **b)** 1,8 cm;
c) 2,4 cm; **d)** 4,8 cm.



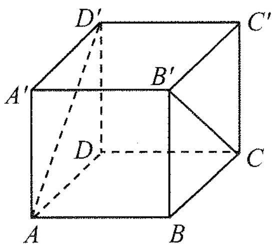
(5p) **5.** Cercul din figura alăturată are lungimea egală cu 4π cm. Aria discului este egală cu:

a) π cm^2; **b)** 2π cm^2;
c) 4π cm^2; **d)** 16π cm^2.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$. Măsura unghiului format de dreptele AD' și $B'C$ este egală cu:

a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** 90°.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Dacă Diana ar pune câte trei trandafiri în fiecare vază pe care o are, ar rămâne cu un trandafir în mână. Dacă ar pune câte cinci trandafiri în fiecare vază, trei vaze ar rămâne goale.

(2p) **a)** Stabilește dacă numărul vazelor poate fi egal cu 6.

(3p) **b)** Câți trandafiri și câte vaze are Diana?

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 1)^2 - (x + 1)^2 - (2x^2 + 3)$, unde x este număr real.

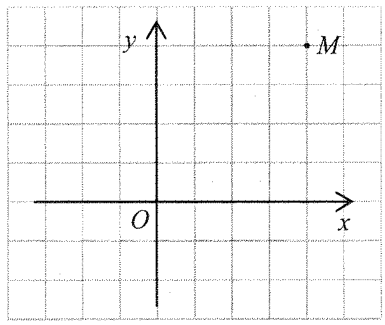
(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 - 6x - 3$, oricare ar fi numărul real x.

(3p) **b)** Determină numerele întregi a cu proprietatea că $E(a) \leq 0$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - x$.

(2p) **a)** Reprezintă graficul funcției f în sistemul de axe ortogonale xOy din figura alăturată.

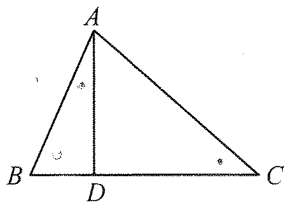
(3p) **b)** Considerăm punctul $M(4, 4)$. Demonstrează că dreapta OM este perpendiculară pe graficul funcției.



4. Pe latura BC a triunghiului ABC din figura alăturată se consideră un punct D. Se știe că $AB = 4$ cm, $BD = 2$ cm și $CD = 6$ cm.

(2p) **a)** Arată că $AB^2 = BD \cdot BC$.

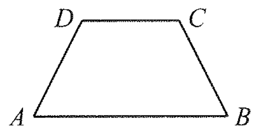
(3p) **b)** Demonstrează că $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle ACB$.



5. Se consideră trapezul $ABCD$ din figura alăturată, cu baza mare $AB = 12$ cm și celelalte laturi de 6 cm.

(2p) **a)** Arată că aria trapezului este egală cu $27\sqrt{3}$ cm^2.

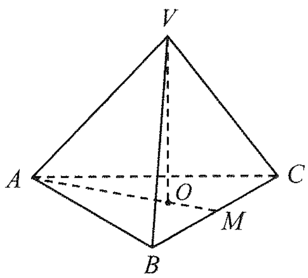
(3p) **b)** Determină distanța de la punctul A la dreapta BC.



6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu latura bazei $AB = 8\sqrt{3}$ cm și înălțimea $VO = 4\sqrt{2}$ cm. Notăm cu M mijlocul segmentului BC.

(2p) **a)** Arată că lungimea apotemei piramidei, VM, este egală cu $4\sqrt{3}$ cm.

(3p) **b)** Dacă P este proiecția punctului O pe planul (VBC), demonstrează că punctul P este centrul de greutate al triunghiului VBC.



✦ TESTUL 8 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului 10 – 10 : 10 este:
a) 0; **b)** 9; **c)** 10; **d)** 11.

(5p) **2.** Patru elevi au calculat media geometrică a numerelor $a = 1\frac{1}{8}$ și $b = 0{,}08$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul următor:

Andrei	Bogdan	Maria	Ioana
0,3	0,03	3	0,09

Răspunsul corect este dat de:
a) Andrei; **b)** Bogdan; **c)** Maria; **d)** Ioana.

(5p) **3.** Un amestec de apă cu sare conține 6% sare și cântărește 7,3 kg. Cantitatea de sare din amestec, măsurată în grame, este egală cu:
a) 428; **b)** 538; **c)** 378; **d)** 438.

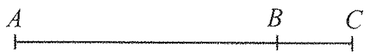
(5p) **4.** Cel mai mare dintre numerele $a = 3{,}12$, $b = 3{,}1(2)$, $c = 3{,}(12)$ și $d = 3{,}1$ este:
a) a; **b)** b; **c)** c; **d)** d.

(5p) **5.** Cel mai mic număr natural a, pentru care numărul $a + 6789$ se divide cu 9, este:
a) 4; **b)** 5; **c)** 6; **d)** 7.

(5p) **6.** Trei muncitori vor să repare un gard. Primul muncitor poate repara gardul în două ore, al doilea în trei ore, iar al treilea în 6 ore. Afirmația „Lucrând împreună, cei trei muncitori pot repara gardul într-o oră." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

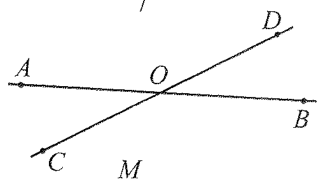
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată, punctele A, B și C sunt coliniare, $AB = 7$ cm, $BC = 2$ cm, iar M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv AC. Valoarea raportului $\frac{AN}{MC}$ este egală cu:

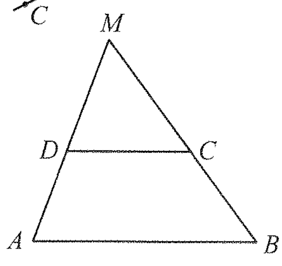


a) $\frac{9}{11}$; **b)** $\frac{7}{9}$; **c)** $\frac{7}{11}$; **d)** $\frac{9}{7}$.

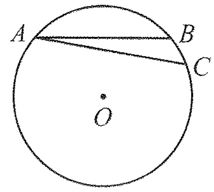
(5p) **2.** În figura alăturată, AB și CD sunt două drepte secante în O. Dacă $\sphericalangle AOD = 5x - 7°$ și $\sphericalangle BOC = x + 61°$, atunci valoarea lui x este egală cu:
a) 15°; **b)** 16°;
c) 17°; **d)** 18°.



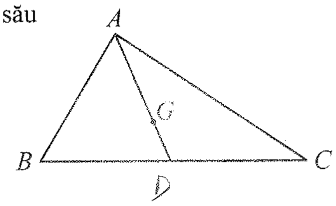
(5p) **3.** În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez cu $AB \parallel CD$, $AB = 6$ m, $CD = 4$ m, iar M este punctul de intersecție dintre dreptele AD și BC. Dacă aria trapezului este egală cu 50 m^2, atunci aria triunghiului MDC este egală cu:
a) 10 m^2; **b)** 40 m^2;
c) 50 m^2; **d)** 60 m^2.



(5p) **4.** În cercul din figura alăturată, AB este latura unui pătrat înscris în cerc, iar AC este latura unui triunghi echilateral înscris în cerc. Măsura unghiului BAC este egală cu:
a) 15°; **b)** 30°;
c) 45°; **d)** 60°.

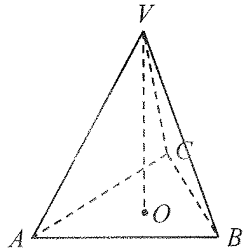


(5p) **5.** În figura alăturată, triunghiul ABC este dreptunghic în A, iar G este centrul său de greutate. Valoarea raportului $\dfrac{AG}{BC}$ este egală cu:



a) $\dfrac{2}{3}$; **b)** $\dfrac{1}{2}$;
c) $\dfrac{1}{6}$; **d)** $\dfrac{1}{3}$.

(5p) **6.** În figura alăturată, $VO = 4\sqrt{6}$ m este un stâlp, VA, VB, VC sunt trei cabluri de susținere, iar triunghiurile VAB, VBC și VCA sunt echilaterale. Lungimea cablurilor este egală cu:



a) 27 m; **b)** 30 m;
c) 33 m; **d)** 36 m.

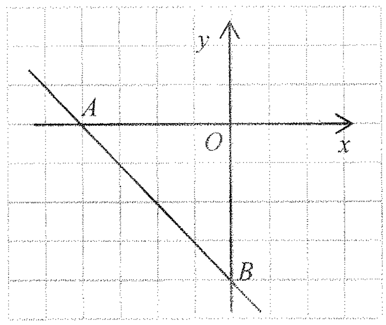
SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Bunica împarte nuci și mere nepoților săi. Numărul nucilor este de trei ori mai mare decât numărul merelor. După ce a dat fiecărui nepot câte trei mere și câte opt nuci, bunicii i-au mai rămas două mere și 14 nuci.

(2p) **a)** Poate avea bunica șase nepoți? Justifică răspunsul.
(3p) **b)** Determină câți nepoți are bunica.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x-3)^2 - 3(x-1)(x+1) - 5(2-3x)$, unde x este număr real.

(2p) **a)** Arată că $E(2023) - E(2022) = 4048$.
(3p) **b)** Demonstrează că suma $\dfrac{1}{E(0)} + \dfrac{1}{E(1)} + \ldots + \dfrac{1}{E(8)} + 0{,}1$ este număr natural.

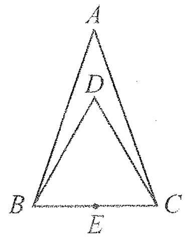


3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x - 4$. Se notează cu A punctul de intersecție dintre graficul funcției f și axa Ox și cu B punctul de intersecție dintre graficul funcției f și axa Oy.

(2p) **a)** Determină lungimea segmentului AB.
(3p) **b)** Determină coordonatele punctului M situat pe axa Ox, știind că aria triunghiului MAB este egală cu 4.

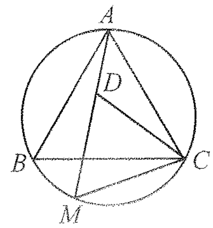
4. În figura alăturată, triunghiul ABC este isoscel, $AB = AC = 13$ cm, triunghiul DBC este echilateral de latură 10 cm, iar E este mijlocul laturii BC.

(2p) **a)** Arată că punctele A, D și E sunt coliniare.
(3p) **b)** Aproximează lungimea segmentului AD cu o zecimală exactă.



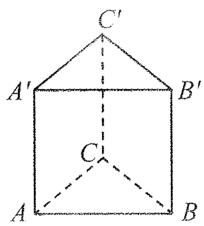
5. În figura alăturată, triunghiul ABC este echilateral, M este un punct pe arcul mic $\overset{\frown}{BC}$ al cercului circumscris triunghiului ABC, iar D este situat pe segmentul AM, astfel încât $MD = MC$.

(2p) **a)** Arată că triunghiul MDC este echilateral.
(3p) **b)** Demonstrează că $MA = MB + MC$.



6. În figura alăturată, $ABCA'B'C'$ este o prismă triunghiulară regulată, în care $AB = 5$ cm și $BB' = 15$ cm.

(2p) **a)** Arată că volumul prismei este egal cu $375\sqrt{3}$ cm^3.
(3p) **b)** Determină măsura unghiului dintre planele $(CA'B')$ și (ABC).



✦ TESTUL 9 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare număr natural de patru cifre distincte, cu cifra zecilor egală cu 9, este:
a) 9897; **b)** 8796; **c)** 7896; **d)** 8697.

(5p) **2.** Un biciclist a parcurs un drum în trei zile conform datelor din tabelul următor:

Ziua	1	2	3
Distanța parcursă (km)	45	72	80
Viteza medie de deplasare (km/h)	30	24	32

Timpul necesar parcurgerii drumului a fost egal cu:
a) 5 ore; **b)** 6 ore; **c)** 7 ore; **d)** 8 ore.

(5p) **3.** Media aritmetică a trei numere este 7. Unul dintre numere este egal cu 7. Media aritmetică a celorlalte două numere este egală cu:
a) 14; **b)** 7; **c)** 21; **d)** 28.

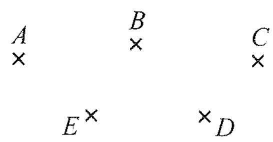
(5p) **4.** Fie $A = (-3, 5)$ și $B = [-2, 7]$. Suma numerelor întregi din mulțimea $A \cap B$ este egală cu:
a) 7; **b)** 12; **c)** 9; **d)** 10.

(5p) **5.** Dacă a, b sunt numere reale astfel încât $\frac{3}{4} = \frac{a}{12} = \frac{15}{b}$, atunci suma $a + b$ este egală cu:
a) 9; **b)** 20; **c)** 25; **d)** 29.

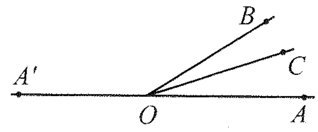
(5p) **6.** Propoziția „Cel mai mic număr natural mai mare decât $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ este egal cu 4." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

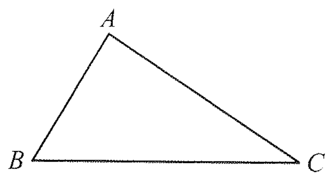
(5p) **1.** În figura alăturată sunt desenate cinci puncte distincte: A, B, C, D și E. Numărul segmentelor care au un capăt în A sau în B și celălalt capăt în unul dintre punctele desenate este egal cu:
a) 5; **b)** 6;
c) 7; **d)** 8.



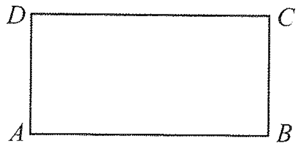
(5p) **2.** În figura alăturată, $\sphericalangle AOB = 32°$, $\sphericalangle BOC = 18°$, iar OA' este semidreapta opusă semidreptei OA. Măsura unghiului $A'OC$ este egală cu:
a) 162°; **b)** 176°;
c) 76°; **d)** 166°.



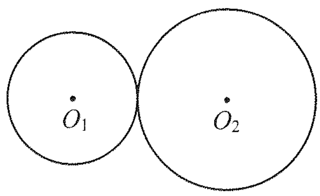
(5p) **3.** În figura alăturată, triunghiul ABC este dreptunghic în A, $BC = 25$ cm și $\sin \sphericalangle C = 0{,}6$. Lungimea catetei AC este egală cu:
a) 15 cm; **b)** 16 cm;
c) 18 cm; **d)** 20 cm.



(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi care are perimetrul egal cu 8 cm și lungimea diagonalei egală cu $2\sqrt{3}$ cm. Aria dreptunghiului este egală cu:
a) 1 cm^2; **b)** 2 cm^2;
c) 3 cm^2; **d)** 4 cm^2.



(5p) **5.** În figura alăturată, cercurile $\mathscr{C}_1(O_1, r_1)$ și $\mathscr{C}_2(O_2, r_2)$ sunt tangente exterior și $O_1O_2 = 18$ cm. Dacă $r_1 = 3x - 2$ și $r_2 = 2x + 5$, valoarea numărului real x este egală cu:
a) 1 cm; **b)** 2 cm;
c) 3 cm; **d)** 4 cm.



(5p) **6.** O piscină are formă de paralelipiped dreptunghic cu lățimea de 2,5 m, lungimea de 4 m și înălțimea de 1,5 m. În piscină se pun 8000 ℓ de apă. Înălțimea până la care se ridică apa din piscină este egală cu:

a) 0,75 m; **b)** 0,80 m; **c)** 0,85 m; **d)** 1 m.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un bunic are doi nepoți. Vârsta bunicului se exprimă printr-un număr de două cifre, fiecare cifră exprimând vârsta unui nepot. Suma vârstelor celor trei este egală cu 93 de ani.

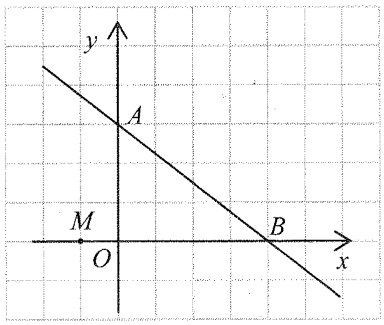
(2p) **a)** Stabilește dacă nepoții pot avea 6 ani, respectiv 7 ani.

(3p) **b)** Determină vârsta bunicului.

2. Se consideră expresia $E(x) = (-x + 5)^2 - (2 - 3x)(1 - 2x) - 5(2 - x)(2 + x) + x + 2$, unde x este număr real.

(2p) **a)** Fie a și b două numere reale astfel încât $a + b = 105$. Arată că $E(a) + E(b) = -200$.

(3p) **b)** Calculează $E(1) + E(2) + \ldots + E(104)$.

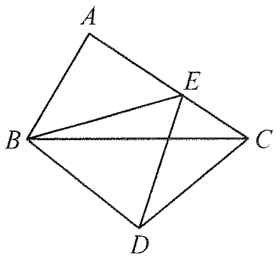


3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - \frac{3}{4}x$ și punctul $M(-1, 0)$.

(2p) **a)** Arată că punctul M **nu** este situat pe graficul funcției f.

(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul M la graficul funcției f.

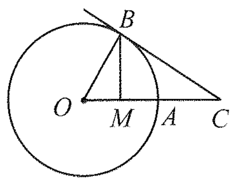
4. În figura alăturată, triunghiul ABC este dreptunghic în A și $BC = 2AB$, triunghiul BDC este dreptunghic isoscel în D, iar punctul E este situat pe latura AC, astfel încât $AE = AB$.



(2p) **a)** Arată că $\sphericalangle EBC = 15°$.

(3p) **b)** Demonstrează că triunghiul BDE este echilateral.

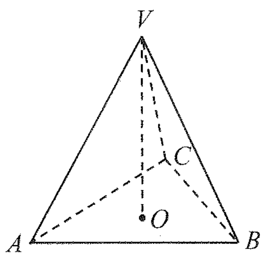
5. În figura alăturată este reprezentat cercul $\mathscr{C}$ de centru O, unde punctul A este situat pe cerc, punctul M este mijlocul segmentului OA, iar punctul B este situat la intersecția perpendicularei în M pe OA cu cercul $\mathscr{C}$. Tangenta în B la cerc intersectează dreapta OA în punctul C.



(2p) **a)** Arată că triunghiul OAB este echilateral.

(3p) **b)** Demonstrează că C este simetricul punctului O față de A.

6. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată de înălțime VO, în care apotema piramidei este egală cu 6 cm, iar unghiul dintre planele (VBC) și (ABC) are măsura de 60°.



(2p) **a)** Arată că volumul piramidei este egal cu 81 cm^3.

(3p) **b)** Fie P un punct pe înălțimea VO, egal depărtat de planele (ABC) și (VBC). Calculează lungimea segmentului PO.

✦ TESTUL 10 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Restul împărțirii numărului 2023 la 21 este egal cu:
a) 96; **b)** 21; **c)** 17; **d)** 7.

(5p) **2.** Tabelul următor descrie o dependență funcțională:

x	-1	b	2
$y=-2x+3$	a	-5	c

Suma $a+b+c$ este egală cu:
a) 8; **b)** 4; **c)** 0; **d)** 16.

(5p) **3.** Fie x, y două numere reale pozitive, astfel încât media geometrică a numerelor 2 și x este egală cu 3, iar media geometrică a numerelor 18 și y este egală cu 4. Media geometrică a numerelor x și y este egală cu:
a) 12; **b)** 8; **c)** 6; **d)** 2.

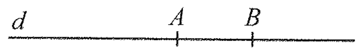
(5p) **4.** Cel mai mic număr natural de patru cifre, divizibil cu 45, este:
a) 1020; **b)** 1005; **c)** 1035; **d)** 1080.

(5p) **5.** Se consideră mulțimile $A=\{-1,2,4\}$ și $B=\{-2,1,4\}$. Mulțimea $A\setminus B$ este egală cu:
a) $\{4\}$; **b)** $\{-1,2\}$; **c)** $\{-2,1\}$; **d)** $\{-2,-1,1,4\}$.

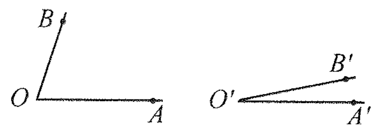
(5p) **6.** Într-un reper cartezian xOy se consideră punctul $A(-3,4)$ și punctul A', simetricul punctului A față de punctul O. Maria afirmă: „Punctul A' are coordonatele $(4,-3)$". Afirmația Mariei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

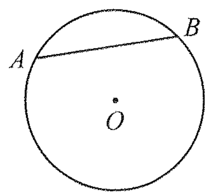
(5p) **1.** În figura alăturată, A și B sunt două puncte situate pe dreapta d, astfel încât $AB=2$ cm. Se consideră punctele M și N pe dreapta d, unde M este simetricul punctului A față de B, iar N este simetricul punctului M față de A. Lungimea segmentului MN este egală cu:
a) 5 cm; **b)** 6 cm;
c) 7 cm; **d)** 8 cm.



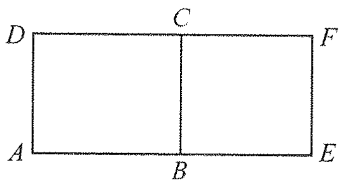
(5p) **2.** În figura alăturată, unghiurile AOB și $A'O'B'$ sunt complementare și $\sphericalangle AOB=2x+72°$, $\sphericalangle A'O'B'=3x-12°$. Valoarea lui x este egală cu:
a) 5°; **b)** 6°;
c) 24°; **d)** 84°.



(5p) **3.** În figura alăturată, A și B sunt două puncte situate pe cercul $\mathscr{C}(O,R)$, cu $R=6$ cm, astfel încât distanța de la O la coarda AB este egală cu 3 cm. Măsura unghiului AOB este egală cu:
a) 60°; **b)** 90°;
c) 30°; **d)** 120°.

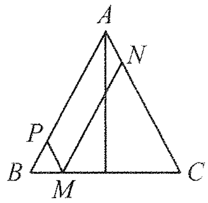


(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ de arie 15 cm^2, iar $AEFD$ este un dreptunghi de arie 21 cm^2. Dacă $BE=2$ cm, atunci perimetrul patrulaterului $BEFC$ este egal cu:
a) 20 cm; **b)** 8 cm;
c) 5 cm; **d)** 10 cm.



(5p) **5.** În figura alăturată, triunghiul ABC este isoscel cu $AB = AC = 10$ cm, iar M este un punct situat pe latura BC, astfel încât $MN \parallel AB$, $PM \parallel AC$, $N \in AC$, $P \in AB$. Suma $MN + MP$ este egală cu:

a) 5 cm; **b)** 20 cm;
c) 10 cm; **d)** 12 cm.



(5p) **6.** O placă de faianță are formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 62,5 cm, 40 cm și 0,5 cm. Mai multe astfel de plăci se împachetează în cutii de formă cubică având latura de 1 m. Numărul plăcilor dintr-o cutie este egal cu:

a) 80; **b)** 8000; **c)** 800; **d)** 1000.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un turist și-a propus să viziteze, pe un traseu turistic, 52 de obiective în șase zile. În prima zi a vizitat cinci obiective, iar în fiecare dintre zilele următoare mai multe obiective decât în ziua precedentă.

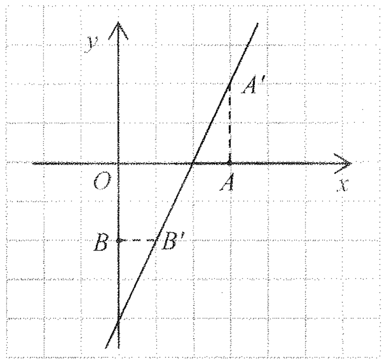
(2p) **a)** Poate vizita turistul 10 obiective a doua zi? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Care este numărul maxim de obiective pe care le poate vizita turisul a doua zi?

2. Se consideră expresiile $E_1(x) = \dfrac{x^3 - x^2}{x^2 - 2x + 1}$ și $E_2(x) = \dfrac{x-1}{x+1} + \dfrac{x+2}{x-1} + \dfrac{x-3}{x^2-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(2p) **a)** Calculează $E_1(-1) \cdot E_1\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

(3p) **b)** Arată că pentru orice număr natural n, $n \geq 2$, numărul $a = E_1(n) - \dfrac{1}{2} E_2(n)$ este natural.



3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$ și punctele $A(3, 0)$ și $B(0, -2)$. Paralela prin A la axa Oy intersectează graficul funcției f în A', iar paralela prin B la axa Ox intersectează graficul funcției f în punctul B'.

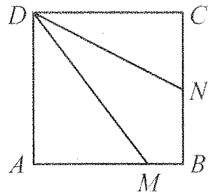
(2p) **a)** Determină coordonatele punctelor A' și B'.

(3p) **b)** Arată că $A'B' = 2\sqrt{5}$.

4. În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat cu latura de 4 cm. Punctul M este situat pe latura AB astfel încât $AM = 3$ cm, iar punctul N este mijlocul laturii BC.

(2p) **a)** Calculează aria triunghiului DMN.

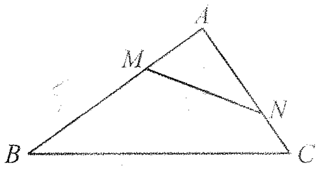
(3p) **b)** Arată că $\sin(\sphericalangle MDN) = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB = 8$ cm și $AC = 6$ cm, iar punctele M și N sunt situate pe laturile AB, respectiv AC, astfel încât $AM = 3$ cm și $AN = 4$ cm.

(2p) **a)** Arată că $\sphericalangle AMN \equiv \sphericalangle ACB$.

(3p) **b)** Perpendiculara din A pe BC intersectează segmentul MN în P. Demonstrează că punctul P este mijlocul segmentului MN.



6. Un ax din oțel, în formă de cilindru circular drept cu lungimea de 1,40 m și diametrul de 100 mm, se strunjește astfel încât noul diametru devine 80 mm, lungimea rămânând aceeași.

(2p) **a)** Arată că $v = 0{,}64 \cdot \mathcal{V}$, unde v este volumul axului după strunjire, iar $\mathcal{V}$ este volumul inițial al axului.

(3p) **b)** Cât la sută din masa inițială se pierde prin strunjire?

✦ TESTUL 11 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma divizorilor naturali ai numărului 21 este:
a) 11; **b)** 21; **c)** 31; **d)** 32.

(5p) **2.** O carte costă 36 de lei. După o ieftinire cu 20%, prețul cărții va fi:
a) 7,2 lei; **b)** 28,8 lei; **c)** 32 de lei; **d)** 34,2 lei.

(5p) **3.** Dacă $a = 3 \cdot 4 - (-2) \cdot (-5)$ și $b = (-2)^3 : 2 + 3^5 : (-3)^4$, atunci diferența $a - b$ este egală cu:
a) 1; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4.

(5p) **4.** Dintre intervalele $(-2, 7)$, $[-4, 6)$, $(12, 21]$ și $[-16, -10]$, cel care conține cele mai multe numere întregi este:
a) $(-2, 7)$; **b)** $[-4, 6)$; **c)** $(12, 21]$; **d)** $[-16, -10]$.

(5p) **5.** Andrei, Barbu, Călin și Dan au calculat media geometrică a numerelor $a = \sqrt{8} + 2\sqrt{18}$ și $b = 2\sqrt{50} - \sqrt{162}$.
Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor:

Andrei	Barbu	Călin	Dan
$\sqrt{2}$	4	$8\sqrt{2}$	16

Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este:
a) Andrei; **b)** Barbu; **c)** Călin; **d)** Dan.

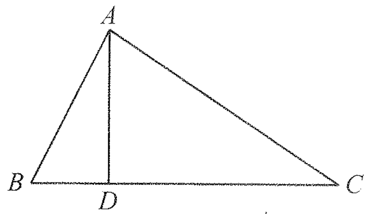
(5p) **6.** Cei 30 de elevi ai unei clase au ales prin vot șeful clasei, dintre colegii lor: Ana, Bogdan și Carmen. Procentele voturilor obținute de cei trei candidați sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Ana	Bogdan	Carmen
$p\%$	45%	35%

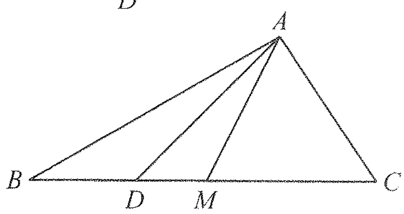
Numărul elevilor care au votat-o pe Ana este egal cu:
a) 5; **b)** 6; **c)** 10; **d)** 20.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

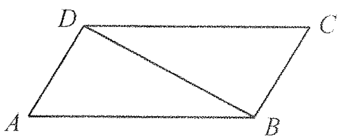
(5p) **1.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, $AB \neq AC$ și punctul D situat pe latura BC, astfel încât unghiurile ADB și ADC au măsurile egale. Pentru triunghiul ABC, dreapta AD este:
a) bisectoare; **b)** mediană;
c) înălțime; **d)** mediatoare.



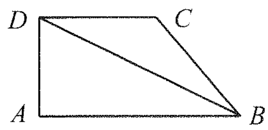
(5p) **2.** În figura alăturată este desenat un triunghi dreptunghic ABC cu ipotenuza BC și $\measuredangle C = 60°$. Dacă punctul M este mijlocul laturii BC, iar AD este bisectoarea unghiului BAM, atunci măsura unghiului ADC este egală cu:
a) 15°; **b)** 30°;
c) 45°; **d)** 60°.



(5p) **3.** Terenul din figura alăturată are forma unui paralelogram cu laturile $AB = 170$ m, $BC = 80$ m și diagonala $BD = 150$ m. Aria terenului este egală cu:
a) 6000 m^2; **b)** 12000 m^2;
c) 13600 m^2; **d)** 25500 m^2.

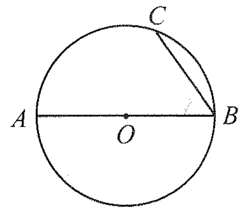


(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$ și $\sphericalangle A = 90°$. Diagonala BD este bisectoarea unghiului ABC, $AB = 8$ cm și $CD = 5$ cm. Lungimea laturii AD este egală cu:



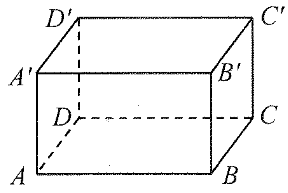
a) 3 cm; **b)** 4 cm;
c) $3\sqrt{2}$ cm; **d)** 5 cm.

(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc cu centrul O și raza egală cu 6 cm. Punctele A și B sunt diametral opuse, iar coarda BC are lungimea de 6 cm. Lungimea coardei AC este egală cu:



a) 6 cm; **b)** $6\sqrt{2}$ cm;
c) $6\sqrt{3}$ cm; **d)** 12 cm.

(5p) **6.** În figura alăturată este desenată o cutie în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile $AB = 12$ dm, $BC = 3$ dm și $AA' = 4$ dm. Maria vrea să cumpere o coală de hârtie cu suprafața de x dm^2, pentru a împacheta cutia. Știind că 20% din x se pierde la ambalare, valoarea minimă a lui x este:



a) 96; **b)** 192;
c) 240; **d)** 300.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Într-o pungă sunt mai multe bomboane. Dacă toate bomboanele se împart în mod egal unui grup de 6 copii, atunci în pungă rămân 4 bomboane, iar dacă toate bomboanele se împart în mod egal unui grup de 8 copii, atunci în pungă rămân 6 bomboane.

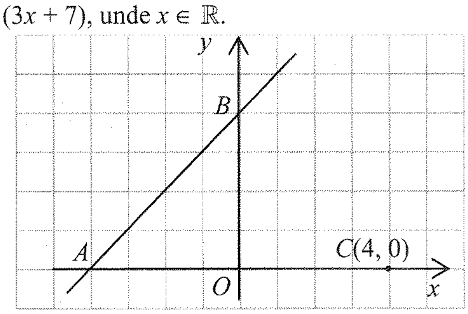
(2p) **a)** Verifică dacă în pungă puteau fi 46 de bomboane. Justifică răspunsul dat.

(3p) **b)** Află care poate fi cel mai mic număr de bomboane din pungă.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x + 2)^2 + (x - 3)^2 - (x - 1)(x + 2) - (3x + 7)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Calculează $E(3)$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(k)$ este un număr întreg divizibil cu 8, pentru orice număr întreg par k.

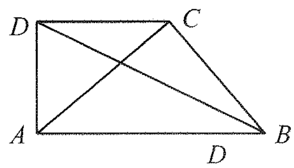


3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 4$.

(2p) **a)** Determină numărul real a pentru care are loc egalitatea $f(2a) = a^2 + 5$.

(3p) **b)** Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale în punctele A, respectiv B. Determină distanța de la punctul $C(4, 0)$ la dreapta AB.

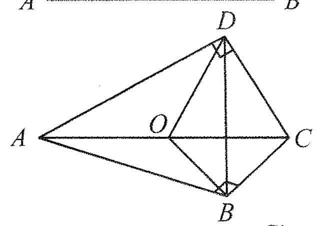
4. În figura alăturată este desenat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $\sphericalangle A = 90°$, $AB = 9$ cm, $CD = 4$ cm și $AD = 6$ cm.



(2p) **a)** Calculează lungimea laturii BC.

(3p) **b)** Arată că diagonalele AC și BD sunt perpendiculare.

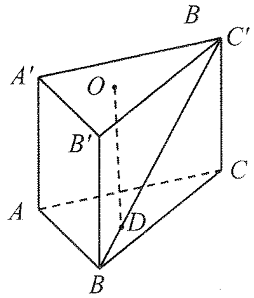
5. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul convex $ABCD$, cu $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90°$, $AC = 12$ cm și $BD = 6$ cm. Punctul O este mijlocul diagonalei AC.



(2p) **a)** Calculează aria triunghiului BOD.

(3p) **b)** Află măsura unghiului BAD.

6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată cu latura bazei $AB = 12$ cm și muchia laterală $AA' = 9$ cm. Punctul O este centrul bazei $A'B'C'$, iar punctul D este situat pe segmentul BC', astfel încât $BD = 5$ cm.



(2p) **a)** Calculează distanța de la punctul A' la planul (BCC').

(3p) **b)** Demonstrează că dreapta DO este paralelă cu planul (ABB').

✦ TESTUL 12 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numerele $2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^3$ și $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$ au cel mai mare divizor comun $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$, unde x, y, z sunt numere naturale. Suma $x + y + z$ este egală cu:

a) 9; **b)** 10; **c)** 11; **d)** 14.

(5p) **2.** Dacă $\dfrac{x+1}{5x+1} = 0,(27)$, valoarea lui x este:

a) 7; **b)** 1; **c)** 2; **d)** 4.

(5p) **3.** Dacă $a = \sqrt{6}$ și $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, atunci $b^2 + 2a$ este egal cu:

a) $1 + 2\sqrt{6}$; **b)** 5; **c)** 1; **d)** $5\sqrt{6}$.

(5p) **4.** Mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |1 - x| \leq 2\}$ scrisă sub formă de interval este:

a) $[-2, 2]$; **b)** $[0, 2]$; **c)** $[0, 3]$; **d)** $[-1, 3]$.

(5p) **5.** Calculând $1 - 2 + 3 - 4 + ... + 99 - 100$, obținem:

a) -5050; **b)** -50; **c)** 50; **d)** 5050.

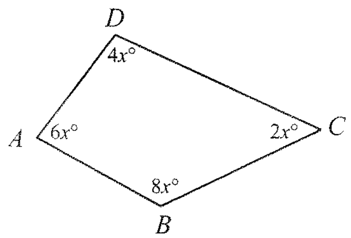
(5p) **6.** Mulțimea soluțiilor ecuației $(x + 3)^2 + 2(x + 1)^2 = 11$ este:

a) $\{-3, -1\}$; **b)** $\{-3, -2\}$; **c)** $\left\{0, \dfrac{10}{3}\right\}$; **d)** $\left\{-\dfrac{10}{3}, 0\right\}$.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

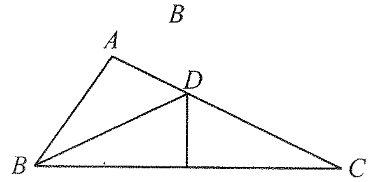
(5p) **1.** În figura alăturată este reprezentat un patrulater convex $ABCD$, cu $\sphericalangle A = 6x°$, $\sphericalangle B = 8x°$, $\sphericalangle C = 2x°$ și $\sphericalangle D = 4x°$. Valoarea lui x este egală cu:

a) 36; **b)** 30;
c) 18; **d)** 9.



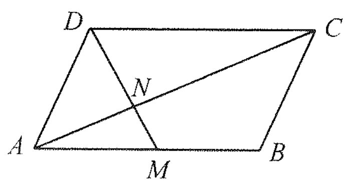
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = 8$ cm și $AC = 12$ cm. Mediatoarea laturii BC intersectează latura AC în punctul D. Perimetrul triunghiului ABD este egal cu:

a) 14 cm; **b)** 20 cm;
c) 22 cm; **d)** 24 cm.



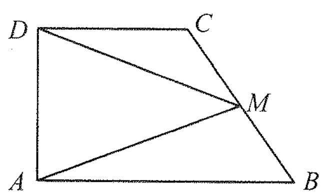
(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu diagonala $AC = 12$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar N este punctul de intersecție a dreptelor AC și DM. Lungimea segmentului AN este egală cu:

a) 4 cm; **b)** 6 cm;
c) 8 cm; **d)** 10 cm.



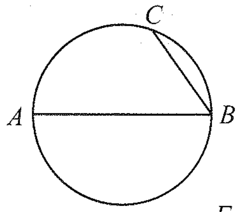
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$, cu bazele $AB = 10$ cm și $CD = 4$ cm, iar înălțimea $AD = 6$ cm. Dacă punctul M este mijlocul laturii BC, atunci aria triunghiului AMD este egală cu:

a) 20 cm^2; **b)** 21 cm^2;
c) 42 cm^2; **d)** 60 cm^2.



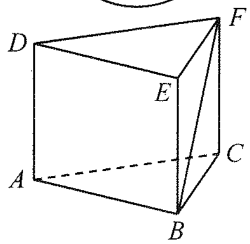
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc cu raza $r = 6$ cm. Punctele A, B și C aparțin cercului și $AB = 12$ cm, iar măsura arcului mic BC este de $60°$. Măsura unghiului ABC este egală cu:

a) $30°$; **b)** $45°$;
c) $60°$; **d)** $90°$.



(5p) **6.** În figura alăturată este desenată o prismă triunghiulară regulată $ABCDEF$ cu $AB = AD$. Măsura unghiului determinat de dreptele AD și BF este egală cu:

a) $30°$; **b)** $45°$;
c) $60°$; **d)** $90°$.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Trei numere naturale nenule a, b și c îndeplinesc următoarele condiții: a este diferit de 0, b împărțit la a dă câtul 2 și restul 3, iar c este de 4 ori mai mare decât a.

(2p) **a)** Află cât la sută din c reprezintă numărul a.

(3p) **b)** Află cele trei numere, știind că suma lor este egală cu 87.

2. Se consideră expresia $E(x) = (5x + 1)(x + 6) + (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) - (x^2 + 2)^2 - 30x$, unde $x \in \mathbb{R}$.

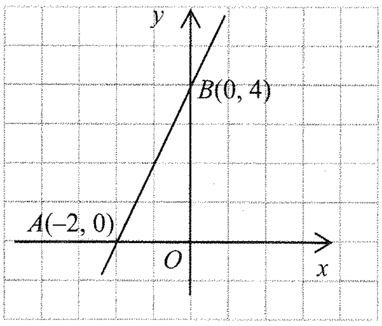
(2p) **a)** Arată că $n^2 < E(n) < (n + 1)^2$, pentru orice număr natural nenul n.

(3p) **b)** Determină toate numerele naturale n pentru care $E(n)$ este pătratul unui număr natural.

3. În figura alăturată este reprezentat graficul unei funcții $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, care trece prin punctele $A(-2, 0)$ și $B(0, 4)$.

(2p) **a)** Determină numerele a și b.

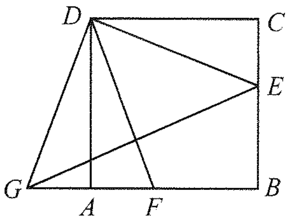
(3p) **b)** Arată că perimetrul triunghiului AOB este mai mic decât 11.



4. În figura alăturată este desenat un pătrat $ABCD$ și punctele E, F, G astfel încât $E \in (BC)$, $F \in (AB)$ și $A \in (BG)$. Se știe că $\sphericalangle CDE = 30°$, $\sphericalangle ADF = 15°$ și $AG = CE$.

(2p) **a)** Arată că triunghiul DEG este isoscel.

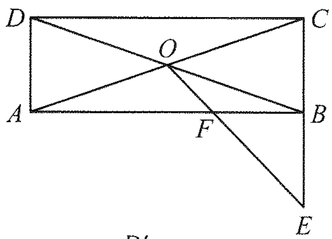
(3p) **b)** Află măsura unghiului determinat de dreptele DF și EG.



5. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$, cu O punctul de intersecție a diagonalelor și laturile $AB = 12$ cm și $BC = 4$ cm. Punctul E este simetricul lui C față de B, iar F este punctul de intersecție a dreptelor AB și EO.

(2p) **a)** Calculează aria triunghiului CEO.

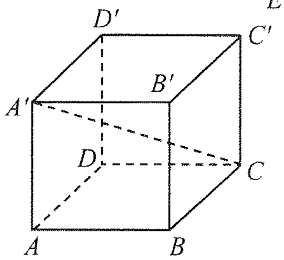
(3p) **b)** Determină măsura unghiului BFC.



6. În figura alăturată este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, cu $AB = BC = 4$ cm și $A'C = 4\sqrt{3}$ cm.

(2p) **a)** Arată că paralelipipedul $ABCDA'B'C'D'$ este cub.

(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul B la dreapta $A'C$.



✦ TESTUL 13 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dintre numerele 21, 18, 25 și 23, numărul cu cei mai mulți divizori întregi este:
a) 21; **b)** 18; **c)** 25; **d)** 23.

(5p) **2.** Dacă a și b sunt două numere reale, astfel încât $a = 25\%b$ și $a + b = 105$, atunci numărul b este egal cu:
a) 21; **b)** 25; **c)** 84; **d)** 100.

(5p) **3.** În tabelul de mai jos sunt înregistrate temperaturile medii zilnice dintr-o săptămână.

Ziua	L	M	M	J	V	S	D
Temperatura	–3°C	–2°C	–5°C	0°C	2°C	0°C	x°C

Dacă temperatura medie din această săptămână a fost –1°C, atunci x este egal cu:
a) –2; **b)** –1; **c)** 0; **d)** 1.

(5p) **4.** Cel mai mic dintre numerele raționale $-\frac{1}{2}$, –0,5(3), –0,(53), –0,53 este:
a) $-\frac{1}{2}$; **b)** –0,5(3); **c)** –0,(53); **d)** –0,53.

(5p) **5.** Dacă $a = 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27} - \sqrt{75}$, atunci a^4 este egal cu:
a) 0; **b)** 3; **c)** 9; **d)** 81.

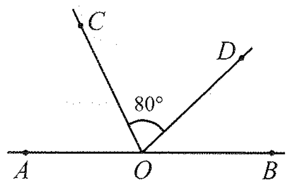
(5p) **6.** De la Iași la Pașcani sunt 80 km. Un biciclist care pleacă din Iași la ora 8:00 și merge cu viteza constantă de 15 km/h va ajunge la Pașcani la ora:
a) 13:00; **b)** 13:20; **c)** 13:40; **d)** 14:00.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

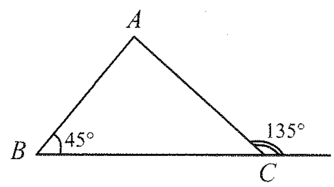
(5p) **1.** În figura alăturată, punctele A, M, N, B, P, Q, C sunt coliniare, în această ordine, iar $AM = MN = NB$ și $BP = PQ = QC$. Dacă $AC = 72$ cm, atunci lungimea segmentului MQ este egală cu:

a) 24 cm; **b)** 36 cm; **c)** 48 cm; **d)** 60 cm.

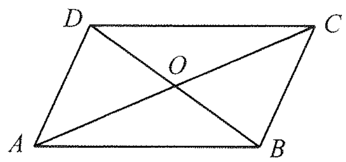
(5p) **2.** În figura alăturată, punctele A, O și B sunt coliniare, în această ordine, iar măsura unghiului COD este egală cu 80°. Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC și BOD este egală cu:
a) 130°; **b)** 135°;
c) 140°; **d)** 160°.



(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $\sphericalangle ABC = 45°$, $AB = 4$ cm și măsura unghiului exterior din vârful C egală cu 135°. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:
a) 12 cm; **b)** $(4+4\sqrt{2})$ cm;
c) $4(2+\sqrt{2})$ cm; **d)** $12\sqrt{2}$ cm.

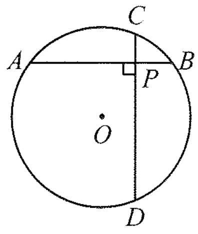


(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AB = 12$ cm, $AD = 6$ cm și $\sphericalangle BAD = 30°$. Dacă O este punctul de intersecție a diagonalelor AC și BD, atunci aria triunghiului AOB este egală cu:
a) 9 cm²; **b)** 12 cm²;
c) 24 cm²; **d)** 36 cm².



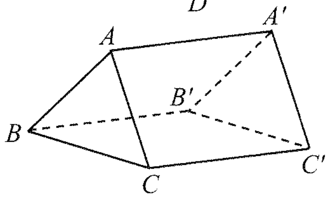
(5p) **5.** În figura alăturată, AB și CD sunt două coarde perpendiculare ale unui cerc cu centrul în O. Cele două coarde se intersectează în punctul P și distanțele de la O la dreptele AB și CD sunt de 3 cm, respectiv 4 cm. Lungimea segmentului OP este egală cu:

a) 3 cm; **b)** 5 cm;
c) 6 cm; **d)** 7 cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat un cort de campanie $ABCA'B'C'$, în formă de prismă, cu muchiile laterale $AA' = BB' = CC' = 100$ dm și $AB = AC = 25$ dm, $BC = 30$ dm. Se știe că dreapta AA' este perpendiculară pe planul (ABC). Pânza din care este confecționat cortul are aria (aria totală a prismei) egală cu:

a) 8000 dm^2; **b)** 8100 dm^2;
c) 8300 dm^2; **d)** 8600 dm^2.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. O echipă de muncitori termină de reparat $\frac{2}{3}$ dintr-un drum în 24 de zile.

(2p) **a)** În câte zile termină echipa de reparat restul drumului?

(3p) **b)** În câte zile ar termina echipa de reparat $\frac{3}{4}$ din întreg drumul?

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x+1}{x^2+1} : \left(\frac{x+3}{4x-4} - \frac{1}{x-1}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

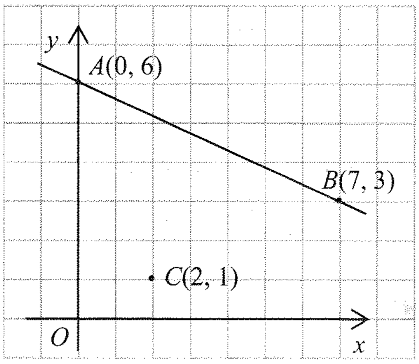
(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{4x}{x^2+1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $-2 \le E(x) \le 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

3. În figura alăturată sunt reprezentate punctele $A(0, 6)$, $B(7, 3)$ și $C(2, 1)$ în sistemul de axe de coordonate xOy.

(2p) **a)** Arată că dreapta AB reprezintă graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{42-3x}{7}$.

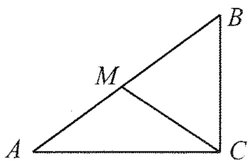
(3p) **b)** Demonstrează că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.



4. În figura alăturată reprezentat triunghiul ABC cu măsurile unghiurilor A, B și C direct proporționale cu 1, 2, respectiv 3. Lungimea laturii BC este egală cu 6 cm.

(2p) **a)** Află măsura unghiului C.

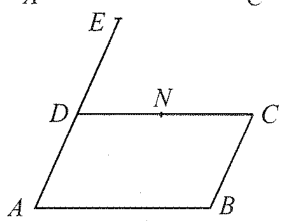
(3p) **b)** Calculează perimetrul triunghiului BMC, știind că M este mijlocul laturii AB.



5. În figura alăturată este reprezentat un paralelogram $ABCD$. Punctul N este mijlocul laturii CD, iar punctul E este simetricul lui A față de punctul D.

(2p) **a)** Demonstrează că punctele B, N și E sunt coliniare.

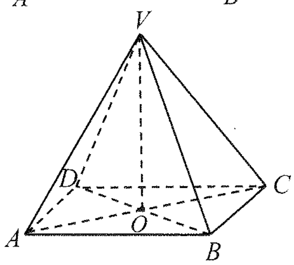
(3p) **b)** Dacă $\mathcal{A}_{BNC} = p\% \cdot \mathcal{A}_{ABE}$, află numărul p.



6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu latura $AB = 15\sqrt{2}$ cm și înălțimea $VO = 20$ cm.

(2p) **a)** Calculează volumul piramidei $VABCD$.

(3p) **b)** Determină tangenta unghiului format de planele (VAC) și (VBC).



✦ TESTUL 14 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $28 - 2 \cdot 8$ este:
a) 28; **b)** 208; **c)** 0; **d)** 12.

(5p) **2.** Dacă $\frac{1}{5}$ dintr-o oră înseamnă n minute, valoarea numărului n este:
a) 20; **b)** 15; **c)** 12; **d)** 10.

(5p) **3.** Patru elevi au calculat media geometrică a numerelor $x = 0{,}875$ și $y = 1\frac{1}{7}$. Rezultatele pe care le-au obținut sunt cele din tabelul următor.

Andrei	**Barbu**	**Carmen**	**Daniela**
0,9	1	1,1	1,7

Rezultatul corect este cel obținut de:
a) Andrei; **b)** Barbu; **c)** Carmen; **d)** Daniela.

(5p) **4.** Dintre următoarele secvențe de numere, cea care conține numai divizori ai lui 48 este:
a) 0, 1, 2, 12, 24; **b)** 3, 4, 6, 12, 36; **c)** 2, 3, 6, 8, 24; **d)** 1, 2, 3, 4, 5.

(5p) **5.** Dintre numerele de mai jos, cel care aparține intervalului $[-1, 0]$ este:
a) $2-\sqrt{3}$; **b)** $3-\sqrt{10}$; **c)** $5-\sqrt{20}$; **d)** $7-\sqrt{70}$.

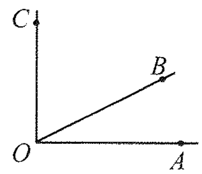
(5p) **6.** Trei robinete cu același debit umplu un bazin în patru ore. Barbu spune că șase robinete de același fel vor umple bazinul în două ore. Afirmația lui Barbu este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C, astfel încât $AB = 4$ cm și $AC = 12$ cm. Lungimea segmentului BC este egală cu:

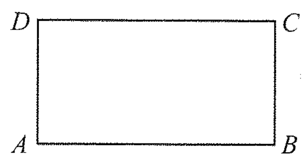
a) 16 cm; **b)** 10 cm;
c) 8 cm; **d)** 6 cm.

(5p) **2.** În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile adiacente complementare AOB și BOC, cel de-al doilea având măsura de trei ori mai mare decât primul. Diferența dintre măsurile unghiurilor BOC și AOB este:



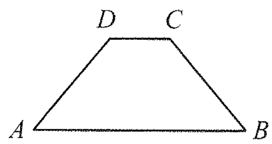
a) 45°; **b)** 60°;
c) 30°; **d)** 67°30′.

(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat schematic un teren agricol, având forma dreptunghiului $ABCD$, cu $AB = 500$ m și $AD = 300$ m. De pe fiecare hectar se recoltează câte 3 tone de cereale. Cantitatea totală de cereale care se recoltează de pe acest teren este:



a) 45 t; **b)** 15 t;
c) 4,5 t; **d)** 450 t.

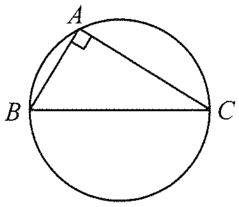
(5p) **4.** În figura alăturată este desenat un trapez isoscel $ABCD$ cu bazele $AB = 10$ cm și $CD = 2$ cm, iar $\sphericalangle BAD = 45°$. Lungimea segmentului AD este:



a) 4 cm; **b)** $4\sqrt{2}$ cm;
c) 6 cm; **d)** $6\sqrt{2}$ cm.

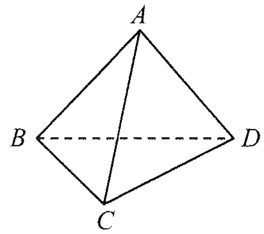
(5p) **5.** În figura alăturată este desenat un triunghi ABC înscris într-un cerc. Se știe că $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm și $\sphericalangle A = 90°$. Lungimea razei cercului este egală cu:

a) 5 cm; **b)** 6 cm;
c) 10 cm; **d)** 8 cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$. Suma lungimilor muchiilor acestuia este 36 cm. Suma ariilor fețelor tetraedrului este:

a) $144\sqrt{3}$ cm^2; **b)** 144 cm^2;
c) 36 cm^2; **d)** $36\sqrt{3}$ cm^2.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Într-o livadă se plantează meri și nuci, în total 160 de pomi. În prima zi se plantează 60% din meri și 40% din nuci, iar în a doua zi restul de 76 de pomi.

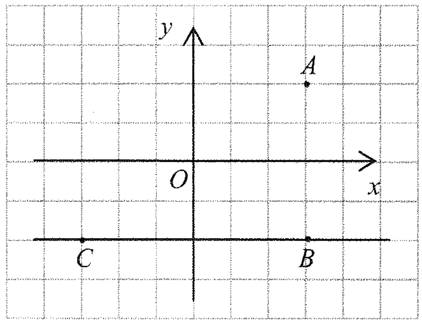
(2p) **a)** Ce procent din numărul total al pomilor reprezintă pomii plantați în prima zi?
(3p) **b)** Câți meri și câți nuci s-au plantat în livadă?

2. Se consideră expresia $E(x) = x^2 - (x+1)^2 - (x+2)^2 + (x+3)^2$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 4$, oricare ar fi numărul real x.
(3p) **b)** Calculează suma $S = 1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 + \ldots + 37^2 - 38^2 - 39^2 + 40^2$.

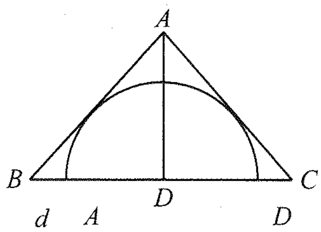
3. Într-un sistem de axe ortogonale xOy se consideră punctele: $A(3, 2)$, B este simetricul lui A față de Ox, iar C este simetricul lui A față de originea O.

(2p) **a)** Arată că punctul C are coordonatele $(-3, -2)$.
(3p) **b)** Determină legea de corespondență a funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, al cărei grafic este dreapta BC.



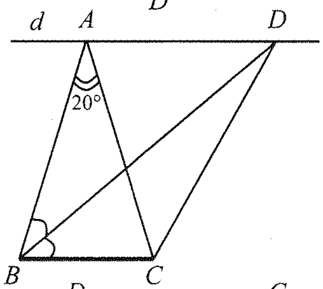
4. În figura alăturată, semicercul de centru D este tangent laturilor congruente AB și AC ale triunghiului isoscel ABC, iar D aparține segmentului BC.

(2p) **a)** Demonstrează că punctul D este mijlocul laturii BC.
(3p) **b)** Știind că $BC = 30$ cm și $AD = 20$ cm, află lungimea razei semicercului.



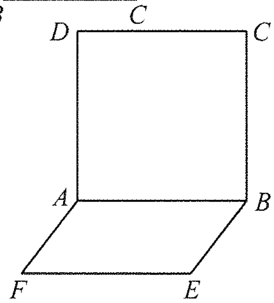
5. Un topograf se află în punctul A al unei șosele d, paralelă cu podul BC, ca în figura alăturată. Punctul A este situat la egală distanță de capetele B și C ale podului, iar topograful vede podul sub unghiul BAC de 20°. Apoi topograful se deplasează pe șosea în punctul D, astfel încât BD este bisectoarea unghiului ABC.

(2p) **a)** Arată că segmentele AB și AD au lungimi egale.
(3p) **b)** Determină măsura unghiului BDC sub care topograful vede podul din noua poziție.



6. Pătratele $ABCD$ și $ABEF$ sunt situate în plane perpendiculare, ca în figura alăturată.

(2p) **a)** Știind că $AB = 8$ cm, află lungimea segmentului BD.
(3p) **b)** Determină măsura unghiului format de dreptele BD și AE.



✦ TESTUL 15 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare divizor prim al numărului 156 este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 39; **d)** 13.

(5p) **2.** Dacă $x = 8$ și $y = 12$, raportul numerelor x și y are aceeași valoare cu raportul:
a) $\frac{16}{12}$; **b)** $\frac{4}{8}$; **c)** $\frac{16}{36}$; **d)** $\frac{2}{3}$.

(5p) **3.** Cel mai mic număr natural care nu aparține mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid -3 \le x < 2\}$ este:
a) -4; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 3.

(5p) **4.** O pereche ordonată de numere reale (a, b) care verifică simultan condițiile $a > b$ și $|a| < |b|$ este:
a) $(2, 0)$; **b)** $(-3, -10)$; **c)** $(0, 3)$; **d)** $(-5, 14)$.

(5p) **5.** Patru elevi au aflat valoarea parametrului real m pentru care numărul $1-\sqrt{2}$ este soluție a ecuației $x^2 - x + m = 0$. Rezultatele obținute sunt trecute în tabelul următor:

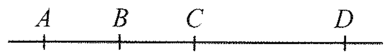
David	**Miruna**	**Mihai**	**Diana**
$2-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}-2$	$2\sqrt{2}+1$	$-\sqrt{2}-3$

Elevul care a obținut rezultatul corect este:
a) Diana; **b)** David; **c)** Mihai; **d)** Miruna.

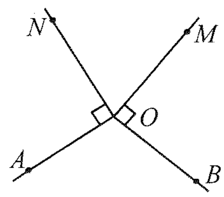
(5p) **6.** Mihai are 24 de colegi în clasă. În catalog, numărul colegilor aflați înaintea sa reprezintă o treime din numărul colegilor aflați după el. Propoziția „Mihai este al șaptelea la catalog." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

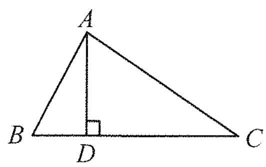
(5p) **1.** În figura alăturată, punctul C este simetricul punctului A față de punctul B, iar D este simetricul punctului A față de punctul C. Dacă $BD = 9$ cm, lungimea segmentului AD este egală cu:
a) 3 cm; **b)** 6 cm;
c) 12 cm; **d)** 4 cm.



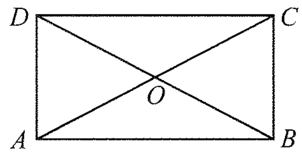
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat unghiul AOB cu măsura egală cu 150°. În exteriorul său s-au construit semidreptele $OM \perp OB$ și $ON \perp OA$. Măsura unghiului MON este egală cu:
a) 40°; **b)** 120°;
c) 30°; **d)** 180°.



(5p) **3.** Fie ABC un triunghi oarecare, AD este perpendiculară pe BC, $D \in BC$, $AD = 4\sqrt{3}$ cm, $BC = 5$ cm și $BD = 1$ cm. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:
a) 15 cm; **b)** 20 cm;
c) $(15+4\sqrt{3})$ cm; **d)** $10\sqrt{3}$ cm.



(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi, O este punctul de intersecție a diagonalelor, $AC = 6$ cm și $\sphericalangle DOC = 120°$. Aria dreptunghiului este egală cu:



a) $9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$; **b)** $(6+6\sqrt{3})\ \text{cm}^2$; **c)** $12\ \text{cm}^2$; **d)** $36\ \text{cm}^2$.

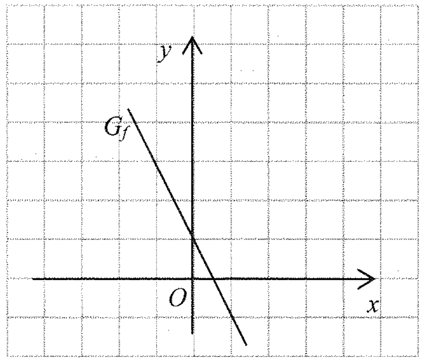
(5p) **5.** Raza cercului circumscris unui pătrat cu latura de 6 cm are lungimea egală cu:
a) $6\sqrt{2}$ cm; **b)** 12 cm; **c)** 3 cm; **d)** $3\sqrt{2}$ cm.

(5p) **6.** Un lingou metalic, având forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 20 cm, 30 cm, respectiv 40 cm, se topește și 25% din metalul obținut se transformă în piese cu formă de cub având latura de 5 mm. Știind că nu sunt pierderi de material, numărul pieselor obținute este:
a) 48000; **b)** 24000; **c)** 16000; **d)** 72000.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

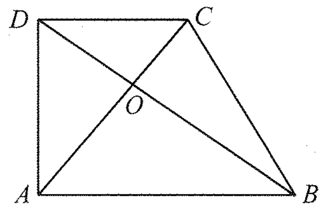
1. Un aprozar a vândut în prima zi o treime din întreaga cantitate de marfă pe care a primit-o, iar în a doua zi a vândut o treime din rest.
(2p) **a)** În care dintre primele două zile s-a vândut o cantitate mai mare de marfă? Justifică răspunsul.
(3p) **b)** Dacă a doua zi s-au vândut 180 kg de marfă, află câte kilograme de marfă s-au vândut în prima zi.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(4x - \frac{1}{1-x}\right) : \frac{2x^2+x-1}{2x^3+x^2-2x-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right\}$.
(2p) **a)** Arată că $2x^2 + x - 1 = (x+1)(2x-1)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right\}$.
(3p) **b)** Rezolvă în mulțimea numerelor întregi inecuația $E(x) \leq 3$.

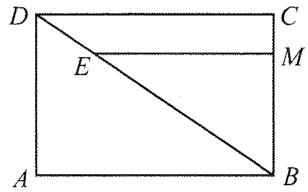


3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 1 - 2x$.
(2p) **a)** Calculează $f(-1) - f(1)$.
(3p) **b)** Se consideră punctele A și B situate pe reprezentarea geometrică a graficului funcției f, astfel încât A are abscisa egală cu 1 și B are ordonata egală cu 7. Află coordonatele mijlocului segmentului AB.

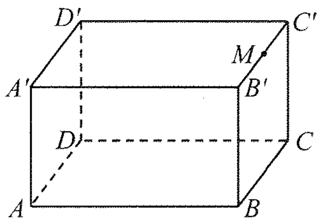
4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic cu bazele AB și CD de lungimi 16 cm, respectiv 9 cm, iar $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$. Diagonalele AC și BD se intersectează în punctul O și sunt perpendiculare.
(2p) **a)** Arată că $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$.
(3p) **b)** Determină aria trapezului $ABCD$.



5. Fie $ABCD$ un dreptunghi având $AD = 4$ cm și $AB = 4\sqrt{3}$ cm. Punctul E aparține segmentului DB, cu $BE = 3DE$, iar paralela dusă prin E la DC intersectează latura BC în punctul M.
(2p) **a)** Arată că $EM = 3\sqrt{3}$ cm.
(3p) **b)** Demonstrează că $AE \leq AF$, oricare ar fi punctul F pe segmentul BD.



6. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este o prismă patrulateră regulată, iar M este mijlocul muchiei $B'C'$. Se știe că $AB = 8$ cm și $BM = 5$ cm.
(2p) **a)** Determină aria totală a prismei.
(3p) **b)** Demonstrează că distanța de la punctul M la planul BDD' este egală cu $2\sqrt{2}$ cm.



✦ TESTUL 16 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Jumătatea numărului 4^6 este numărul:
a) 2^6; **b)** 4^3; **c)** 2^3; **d)** 2048.

(5p) **2.** Dacă 20% din n este 40, atunci 30% din n este:
a) 50; **b)** 30; **c)** 60; **d)** 90.

(5p) **3.** Suma numerelor întregi negative din intervalul $(-3, 2]$ este egală cu:
a) -6; **b)** -3; **c)** 0; **d)** 3.

(5p) **4.** Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine descrescătoare este:
a) $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{3}{4}$; **b)** $\frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$; **c)** $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 1$; **d)** $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{1}{2}$.

(5p) **5.** Eliza, Emilia, Eduard şi Eugen au avut de aflat media geometrică a numerelor $a = \frac{4}{3+\sqrt{5}}$ şi $b = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{2}$.

Rezultatele obţinute sunt trecute în tabelul următor:

Eliza	**Emilia**	**Eduard**	**Eugen**
3	1	2	$2\sqrt{5}$

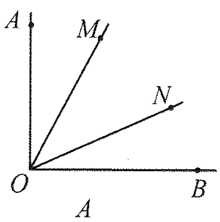
Copilul care a obţinut rezultatul corect este:
a) Eliza; **b)** Emilia; **c)** Eduard; **d)** Eugen.

(5p) **6.** Se consideră intervalul $I = \left(1, \frac{3}{2}\right)$. Propoziţia „Numărul $\sqrt{2}$ aparţine intervalului I." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

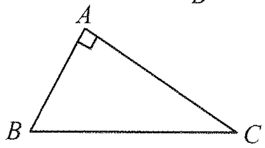
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Pe o semidreaptă cu originea în punctul A se consideră punctele B, C, D şi E, astfel încât $AC = 2AB = 3AD = 4AE$. Dintre cele patru puncte, cel mai apropiat de originea semidreptei este punctul:
a) E; **b)** C;
c) D; **d)** B.

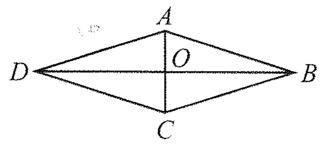
(5p) **2.** În figura alăturată, semidreptele OM şi ON împart unghiul drept AOB în trei unghiuri congruente. Măsura unghiului MOB este egală cu:
a) 30°; **b)** 60°;
c) 90°; **d)** 45°.



(5p) **3.** Triunghiul dreptunghic ABC are ipotenuza $BC = 12$ cm şi $\sphericalangle C = 30°$. Lungimea proiecţiei ortogonale a catetei AB pe ipotenuză este egală cu:
a) 6 cm; **b)** 3 cm;
c) 9 cm; **d)** 12 cm.

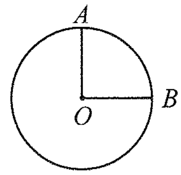


(5p) **4.** Rombul $ABCD$ are perimetrul egal cu 40 cm, $AC \cap BD = \{O\}$ şi perimetrul triunghiului AOB este egal cu 24 cm. Suma lungimilor diagonalelor este egală cu:
a) 14 cm; **b)** 96 cm;
c) 28 cm; **d)** 24 cm.



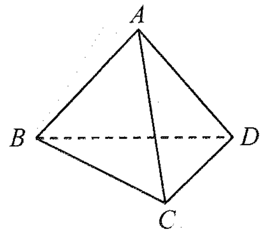
(5p) 5. Dacă OA şi OB sunt două raze perpendiculare ale aceluiaşi cerc şi lungimea arcului mic AB este egală cu 5π cm, atunci lungimea razei cercului este egală cu:

a) 10 cm; **b)** 5 cm;
c) 20 cm; **d)** $5\sqrt{2}$ cm.



(5p) 6. Aria laterală a unui tetraedru regulat $ABCD$ este egală cu $27\sqrt{3}$ cm^2. Suma lungimilor muchiilor care pornesc din vârful A este egală cu:

a) $9\sqrt{3}$ cm; **b)** 18 cm;
c) 12 cm; **d)** $18\sqrt{3}$ cm.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

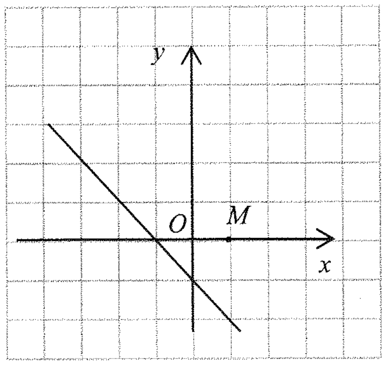
1. Un elev se pregăteşte pentru Evaluarea Naţională la matematică rezolvând o fişă de probleme. În prima zi a rezolvat $\frac{2}{5}$ din numărul problemelor şi încă 5 probleme, a doua zi $\frac{3}{5}$ din rest, iar în ultima zi cele 22 de probleme rămase.

(2p) **a)** Este posibil ca a doua zi să fi rezolvat 30 de probleme? Justifică răspunsul.
(3p) **b)** Câte probleme erau pe fişă?

2. Se consideră expresia $E(x) = (x-1)^2 - x(x+2) + (x+3)^2$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 + 2x + 10$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

(3p) **b)** Află valoarea maximă a expresiei $\frac{1}{E(x)}$, unde $x \in \mathbb{R}$.



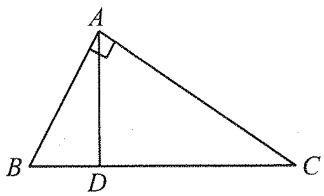
3. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x - 1$.

(2p) **a)** Arată că $f(-2) \cdot f(0) = -1$.
(3p) **b)** Determină distanţa de la punctul $M(1, 0)$ la reprezentarea grafică a funcţiei f.

4. În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic cu $\sphericalangle A = 90°$, având înălţimea $AD = 4\sqrt{2}$ cm, $D \in BC$ şi $\mathcal{A}_{ADC} = 2 \cdot \mathcal{A}_{ABD}$.

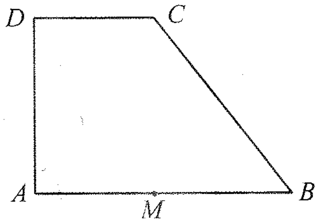
(2p) **a)** Arată că $BC = 12$ cm.

(3p) **b)** Demonstrează că $\sin(\sphericalangle BCA) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



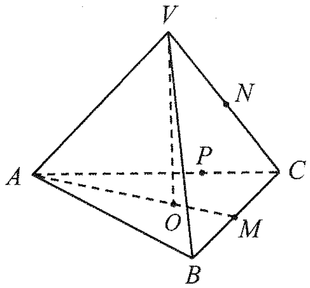
5. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $CD = 6$ cm, $BC = 12$ cm şi $\sphericalangle ABC = 60°$. Paralela prin D la dreapta BC intersectează latura AB în punctul M.

(2p) **a)** Arată că punctul M este mijlocul segmentului AB.
(3p) **b)** Demonstrează că aria trapezului $ABCD$ este mai mare de 90 cm^2.



6. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată. Punctele M şi N sunt mijloacele muchiilor BC, respectiv CV, $MN = 3{,}5$ cm, iar înălţimea piramidei este $VO = 1$ cm. Punctul P aparţine laturii AC, astfel încât $AP = 3PC$.

(2p) **a)** Arată că $\mathcal{A}_{ABC} = 36\sqrt{3}$ cm^2.
(3p) **b)** Demonstrează că planele (MNP) şi (VOB) sunt paralele.



✦ TESTUL 17 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dintre următoarele secvenţe, cea formată numai din numere prime este:
a) 1, 2, 3, 5; **b)** 2, 3, 4, 5; **c)** 5, 7, 9, 11; **d)** 11, 13, 17, 19.

(5p) **2.** Fracţia supraunitară din mulţimea $\left\{\frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{6}{5}, \frac{11}{12}\right\}$ este:
a) $\frac{5}{9}$; **b)** $\frac{6}{5}$; **c)** $\frac{3}{7}$; **d)** $\frac{11}{12}$.

(5p) **3.** Rezultatul calculului $-12 + (3 - 4 \cdot 2) \cdot |-1|$ este:
a) 17; **b)** –7; **c)** –17; **d)** 7.

(5p) **4.** Patru elevi, Andrei, Cătălin, Eduard şi George au avut de aflat media aritmetică a numerelor reale x şi y care verifică relaţiile $x^2 - y^2 = 16$ şi $x - y = 2$. Rezultatele obţinute sunt trecute în tabelul alăturat.

Andrei	Cătălin	Eduard	George
4	8	6	9

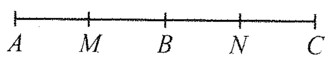
Elevul care a obţinut rezultatul corect este:
a) Cătălin; **b)** George; **c)** Andrei; **d)** Eduard.

(5p) **5.** Scriind sub formă de interval mulţimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -1 \text{ şi } x < 3\}$ obţinem:
a) $A = (0, 2)$; **b)** $A = [-1, 3]$; **c)** $A = (-\infty, -1)$; **d)** $A = (-1, 3)$.

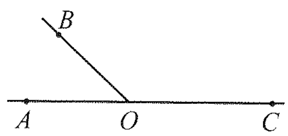
(5p) **6.** Fie a un număr real şi intervalul $I = (-\infty, 1)$. Propoziţia „Există numere reale a pentru care numărul $n = 1 + a^2$ aparţine intervalului I." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

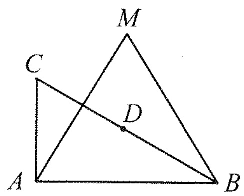
(5p) **1.** În figura alăturată, punctul M este mijlocul segmentului AB, N este mijlocul segmentului BC, iar C este simetricul punctului A faţă de punctul B. Valoarea raportului dintre lungimile segmentelor AB şi MC este:
a) $\frac{2}{3}$; **b)** $\frac{3}{2}$;
c) 1; **d)** 2.



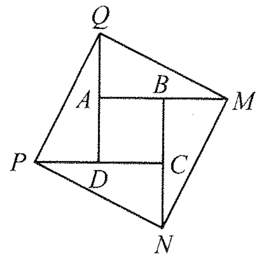
(5p) **2.** În figura alăturată, unghiul AOB are măsura egală cu 30°, iar OC este semidreapta opusă semidreptei OA. Măsura unghiului BOC este egală cu:
a) 60°; **b)** 120°;
c) 150°; **d)** 180°.



(5p) **3.** În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic cu $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle B = 30°$, iar ABM este un triunghi echilateral, punctele M şi C fiind de aceeaşi parte a dreptei AB. Punctul D este mijlocul segmentului BC, iar $AD = 6$ cm. Perimetrul patrulaterului $ADMC$ este egal cu:
a) 12 cm; **b)** 24 cm;
c) 36 cm; **d)** 20 cm.

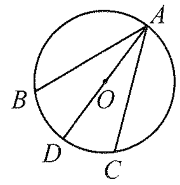


(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat cu latura de 2 cm. Punctul M este simetricul punctului A faţă de B, N este simetricul punctului B faţă de C, P este simetricul punctului C faţă de D şi Q este simetricul punctului D faţă de A. Aria patrulaterului $MNPQ$ este egală cu:
a) 16 cm²; **b)** 18 cm²;
c) 20 cm²; **d)** 40 cm².



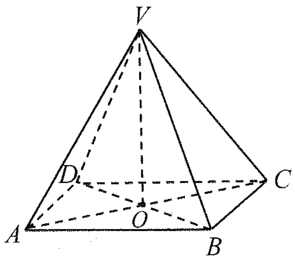
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc. Diametrul AD este bisectoarea unghiului BAC cu măsura de 40°. Măsura unghiului OBD este egală cu:

a) 20°; **b)** 70°;
c) 40°; **d)** 160°.



(5p) **6.** În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată, cu muchia bazei BC = 6 cm. Se secționează piramida cu un plan paralel cu baza, situat la o treime din înălțime față de bază. Aria secțiunii este egală cu:

a) 8 cm^2; **b)** 16 cm^2;
c) 4 cm^2; **d)** 18 cm^2.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. În urmă cu doi ani, vârsta mamei era de cinci ori mai mare decât vârsta fiicei. Peste șase ani, vârsta fiicei va fi de trei ori mai mică decât vârsta mamei.

(2p) **a)** Vârsta mamei în prezent poate fi egală cu 40 de ani? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină vârsta actuală a fiicei.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x-1)^2 + (1 - x\sqrt{3})(x\sqrt{3} + 1) + 2$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = (x-2)^2$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Găsește valorile naturale ale lui t pentru care $E(\sqrt{3}) + t\sqrt{3}$ este număr natural.

3. Fie $x = \left(\frac{5}{\sqrt{8}} - \frac{7}{\sqrt{2}}\right) : \frac{6}{\sqrt{2}}$ și $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{80}}\right) : \frac{1}{\sqrt{5}}$.

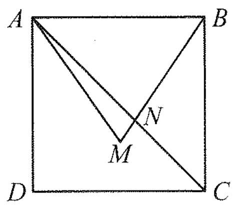
(2p) **a)** Arată că $x = -\frac{3}{4}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $x + y$ este număr natural.

4. În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat având centrul O și MAB este un triunghi echilateral. Segmentele AC și MB se intersectează în punctul N.

(2p) **a)** Demonstrează că triunghiul MNC este isoscel.

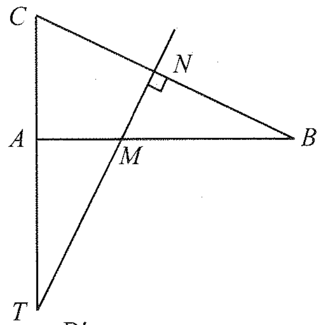
(3p) **b)** Stabilește dacă punctele M, O și G sunt coliniare, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABM.



5. În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic având catetele AB = 8 cm și AC = 6 cm. Mediatoarea segmentului BC este NM, unde $N \in BC$, iar $M \in AB$ și intersectează dreapta AC în punctul T.

(2p) **a)** Demonstrează că $\mathcal{P}_{MBC} = 22{,}5$ cm.

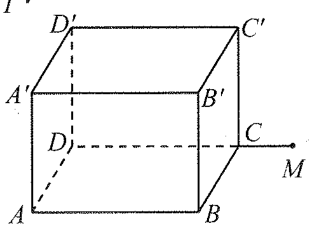
(3p) **b)** Arată că $CM \perp TB$.



6. În figura alăturată este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ având $AB = 3\sqrt{3}$ cm, $AA' = 2\sqrt{3}$ cm și volumul egal cu 54 cm^3. Prelungim semidreapta DC cu segmentul $CM = \frac{DC}{3}$.

(2p) **a)** Arată că diagonala paralelipipedului este mai mică decât 7 cm.

(3p) **b)** Află distanța de la punctul M la planul (BDD').



✦ TESTUL 18 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma primelor trei zecimale ale numărului în care se transformă fracţia $\frac{7}{6}$ este egală cu:

a) 6; **b)** 166; **c)** 18; **d)** 13.

(5p) **2.** În tabelul alăturat sunt trecute cantităţile de legume cu care a venit un agricultor la piaţă. Legumele care reprezintă 40% din cantitatea totală de marfă cu care a venit agricultorul sunt:

a) ardeii; **b)** vinetele;
c) cartofii; **d)** castraveţii.

ardei	40 kg
cartofi	60 kg
castraveţi	20 kg
vinete	30 kg

(5p) **3.** Suma dintre cel mai mare număr întreg negativ de două cifre şi cel mai mic număr natural de două cifre este:

a) –1; **b)** 0; **c)** 1; **d)** 3.

(5p) **4.** Dintre numerele $\frac{10}{9}, \frac{11}{10}, \frac{12}{11}$ şi $\frac{13}{12}$, cel mai mare este numărul:

a) $\frac{13}{12}$; **b)** $\frac{10}{9}$; **c)** $\frac{12}{11}$; **d)** $\frac{11}{10}$.

(5p) **5.** Claudia, Crina, Costel şi Cristi au avut de efectuat calculul: $\frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{18} + \left|\sqrt{2} - 2\right|$. Rezultatele obţinute sunt trecute în tabelul alăturat. Copilul care a obţinut rezultatul corect este:

Claudia	Crina	Costel	Cristi
$2\sqrt{2}$	–2	2	0

a) Cristi; **b)** Crina; **c)** Costel; **d)** Claudia.

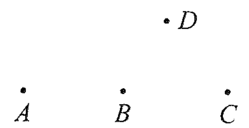
(5p) **6.** Ioana are 14 ani, iar fratele ei are cu 10 ani mai puţin. Ioana afirmă: „Peste un an, vârsta mea va fi de trei ori mai mare decât vârsta fratelui meu". Afirmaţia Ioanei este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

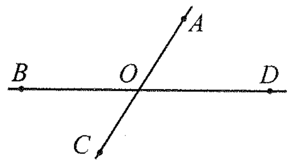
(5p) **1.** În figura alăturată, *A*, *B*, *C* sunt puncte coliniare, iar *D* este un punct exterior dreptei *AC*. Numărul maxim de segmente care au capetele în două dintre cele patru puncte este:

a) 2; **b)** 6;
c) 3; **d)** 4.



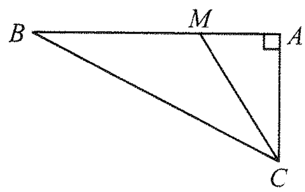
(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele *AC* şi *BD* sunt concurente în punctul *O*. Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor *AOD* şi *BOC* este egală cu:

a) 150°; **b)** 0°;
c) 180°; **d)** 90°.



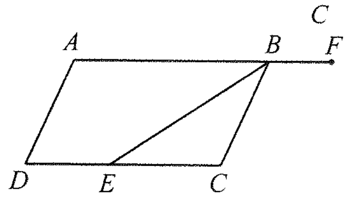
(5p) **3.** În figura alăturată, *ABC* este un triunghi dreptunghic în care unghiul *B* are măsura de 30°, iar lungimea bisectoarei *CM*, $M \in AB$, este egală cu 8 cm. Lungimea ipotenuzei *BC* este egală cu:

a) 16 cm; **b)** $2\sqrt{3}$ cm;
c) 12 cm; **d)** $8\sqrt{3}$ cm.



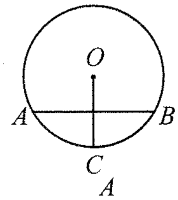
(5p) **4.** În figura alăturată, *ABCD* este un paralelogram. Semidreapta *BE* este bisectoarea unghiului *ABC*, $E \in DC$, iar *A*, *B*, *F* sunt puncte coliniare. Ştiind că măsura unghiului *EBF* este egală cu 160°, măsura unghiului *BAD* este egală cu:

a) 140°; **b)** 40°;
c) 160°; **d)** 20°.



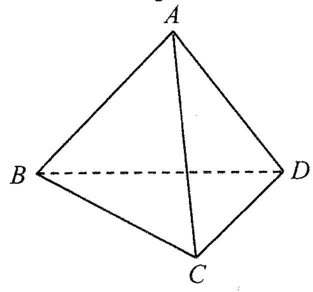
(5p) **5.** În cercul cu raza de 6 cm din figura alăturată, coarda AB este mediatoare a razei OC. Lungimea arcului mic AC este egală cu:

a) $60°$; **b)** 2π;
c) 3π; **d)** $120°$.



(5p) **6.** În figura alăturată, $ABCD$ este un tetraedru regulat care are suma lungimilor muchiilor egală cu $6\sqrt{6}$ cm. Distanța de la punctul A la planul BCD este egală cu:

a) 1 cm; **b)** 2 cm;
c) $2\sqrt{6}$ cm; **d)** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Două kilograme de cireșe și un kilogram de roșii costă 21 de lei. Un kilogram de cireșe și două kilograme de roșii costă 18 lei.

(2p) **a)** Este posibil ca un kilogram de roșii și un kilogram de cireșe să coste 14 lei? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină prețul unui kilogram de cireșe.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x-1)^2 + (x+2)^2 + 2(3+x)(3-x)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 2x + 23$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

(3p) **b)** Verifică egalitatea $E(\sqrt{8}) - E(\sqrt{2}) = E(\sqrt{18}) - E(\sqrt{8})$.

3. Se consideră numerele $x = \left(\frac{6}{\sqrt{63}} - \frac{4}{\sqrt{112}} + \frac{6}{\sqrt{28}}\right) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^{-1}$ și $y = 2^{3^3} \cdot 4^3 : 8^{10}$.

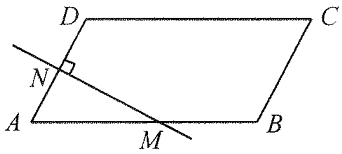
(2p) **a)** Arată că $x = 2$.

(3p) **b)** Demonstrează că media geometrică a numerelor x și y este număr natural pătrat perfect.

4. În figura alăturată, $ABCD$ este un paralelogram cu $BC = 8$ cm și $\sphericalangle A = 60°$. Mediatoarea segmentului AD este MN, unde $N \in AD$ și $M \in AB$, iar semidreapta CM este bisectoarea unghiului BCD.

(2p) **a)** Demonstrează că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 48 cm.

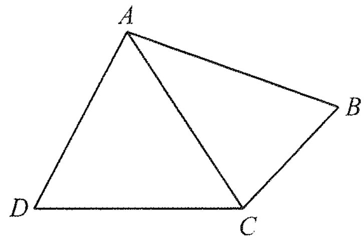
(3p) **b)** Determină distanța de la punctul M la dreapta BC.



5. Fie $ABCD$ un patrulater convex cu $AB = AC = AD$, $DC = 6$ cm, $\sphericalangle ABC = 75°$ și $\sphericalangle BAD = 90°$. Notăm cu G_1 și G_2 centrele de greutate ale triunghiurilor ADC, respectiv ABC.

(2p) **a)** Demonstrează că $\mathcal{A}_{ADC} = 9\sqrt{3}$ cm^2.

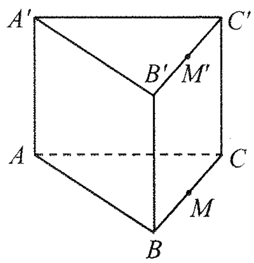
(3p) **b)** Arată că $G_1G_2 = 2\sqrt{2}$ cm.



6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, având $AA' = 6\sqrt{3}$ cm și aria laterală egală cu $216\sqrt{3}$ cm^2. Punctele M și M' sunt mijloacele muchiilor BC, respectiv $B'C'$.

(2p) **a)** Demonstrează că $AM' \perp A'M$.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului format de dreapta BM' cu planul (MAA').



✦ TESTUL 19 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare număr natural care împărţit la 4 dă câtul egal cu 19 este:
a) 76; **b)** 77; **c)** 78; **d)** 79.

(5p) **2.** Un telefon costă 120 de lei. Preţul acestuia se măreşte cu 10 lei. Noul preţ este:
a) 132 de lei; **b)** 130 de lei; **c)** 1200 de lei; **d)** 12 lei.

(5p) **3.** Notele obţinute de elevii unei clase la teza la matematică sunt prezentate în tabelul următor.

Nota	3	4	5	6	7	8	9	10
Numărul de elevi	2	1	3	6	8	3	2	5

Numărul elevilor care au obţinut cel puţin nota 6, dar cel mult nota 9 este egal cu:
a) 11; **b)** 17; **c)** 19; **d)** 13.

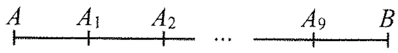
(5p) **4.** Numărul cu $\frac{1}{3}$ mai mare decât diferenţa numerelor $\frac{3}{4}$ şi $\frac{5}{6}$ este egal cu:
a) $\frac{1}{4}$; **b)** $\frac{5}{12}$; **c)** $\frac{1}{3}$; **d)** $\frac{7}{12}$.

(5p) **5.** Media geometrică a numerelor $\sqrt{24}$ şi $3\sqrt{6}$ este egală cu:
a) 3; **b)** 4; **c)** $\sqrt{6}$; **d)** 6.

(5p) **6.** Maria afirmă: „Fracţia $\frac{105}{119}$ este ireductibilă". Afirmaţia Mariei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

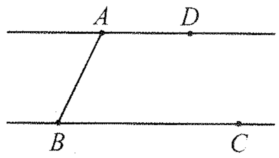
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Pe segmentul AB considerăm punctele $A_1, A_2, ..., A_9$, astfel încât $AA_1 = A_1A_2 = ... = A_9B$, ca în figura de mai jos.
Valoarea raportului $\frac{A_2A_6}{AB}$ este:

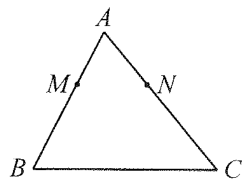


a) $\frac{1}{3}$; **b)** $\frac{2}{5}$; **c)** $\frac{4}{9}$; **d)** $\frac{1}{2}$.

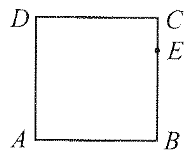
(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele AD şi BC sunt paralele. Dacă $\sphericalangle DAB = 3x - 10°$ şi $\sphericalangle ABC = x + 30°$, atunci x are valoarea:
a) 30°; **b)** 40°;
c) 50°; **d)** 20°.



(5p) **3.** Fie ABC un triunghi, iar punctele M şi N sunt puncte situate pe laturile AB, respectiv AC. Dacă $AM = 4$ cm, $MB = 6$ cm, $BC = 15$ cm şi $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{3}$, lungimea segmentului MN este:
a) 5 cm; **b)** 7 cm;
c) 6 cm; **d)** 10 cm.

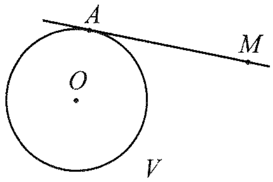


(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat cu latura $AB = 20$ cm, iar E este un punct pe latura BC, astfel încât $BE = 15$ cm. Aria triunghiului AED este egală cu:
a) 100 cm²; **b)** 150 cm²;
c) 200 cm²; **d)** 250 cm².



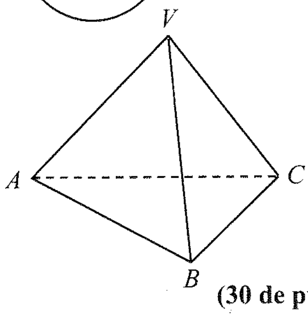
(5p) **5.** În figura alăturată, dreapta MA este tangentă cercului $\mathscr{C}(O, R)$. Ştiind că $R = 3$ cm, iar lungimea segmentului MO este egală cu 5 cm, lungimea segmentului MA este:

a) 2 cm; **b)** $\sqrt{34}$ cm;
c) 3 cm; **d)** 4 cm.



(5p) **6.** În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu baza ABC şi feţele laterale triunghiuri dreptunghice în V. Dacă $AB = 6$ cm, atunci aria totală a piramidei $VABC$ este egală cu:

a) $9(3+\sqrt{3})$ cm^2; **b)** 27 cm^2;
c) $9(3+\sqrt{2})$ cm^2; **d)** $9\sqrt{3}$ cm^2.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Se consideră două numere naturale a, b şi fracţia $\dfrac{7a+5b}{84}$.

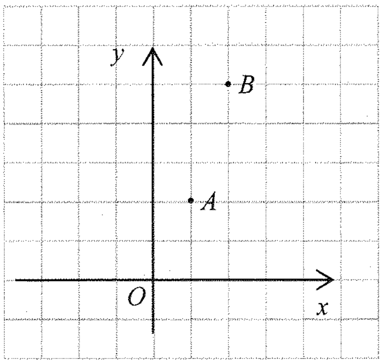
(2p) **a)** Stabileşte dacă pentru $a = 7$ şi $b = 5$ fracţia este echiunitară.
(3p) **b)** Determină a şi b ştiind că fracţia dată este echiunitară şi $a + b$ are valoare maximă.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2 - 3x)^2 - 2(1 - 2x)(x + 3) - (2x - 1)(2x + 1) + 5x + 1$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 9x^2 + 3x$.
(3p) **b)** Demonstrează că $E(n)$ se divide cu 6 pentru orice număr natural n.

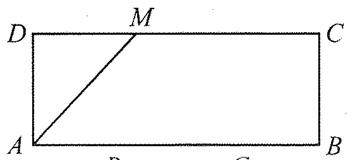
3. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 1$ şi punctele $A(1, 2)$, $B(2, 5)$.

(2p) **a)** Arată că punctele A şi B sunt situate pe graficul funcţiei f.
(3p) **b)** Dacă A', B' sunt proiecţiile punctelor A şi B pe axa Ox, calculează aria patrulaterului $AA'B'B$.



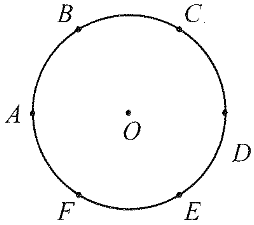
4. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = (2+2\sqrt{3})$ cm şi $BC = 2$ cm. Bisectoarea unghiului BAD intersectează latura CD în punctul M.

(2p) **a)** Arată că triunghiul ADM este isoscel.
(3p) **b)** Determină lungimea segmentului MB.



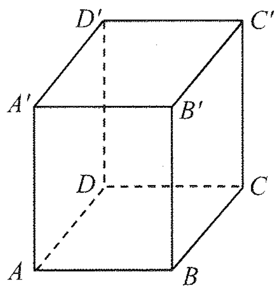
5. În figura alăturată, punctele A, B, C, D, E şi F sunt situate pe cercul $\mathscr{C}(O, R)$ şi împart cercul în şase arce egale.

(2p) **a)** Arată că punctele A, O şi D sunt coliniare.
(3p) **b)** Dacă $AD = 6$ cm, calculează perimetrul triunghiului ACE.



6. Se consideră paralelipipedul $ABCDA'B'C'D'$ din figura alăturată, cu dimensiunile $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm şi $CC' = 12$ cm.

(2p) **a)** Arată că volumul paralelipipedului este egal cu 240 cm^3.
(3p) **b)** Calculează sinusul unghiului format de dreptele AB' şi CC'.



✦ TESTUL 20 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul 238 este un multiplu al numărului:
a) 12; **b)** 13; **c)** 14; **d)** 19.

(5p) **2.** Valoarea lui x care verifică egalitatea $\frac{x}{15}=\frac{12}{20}$ este egală cu:
a) 25; **b)** 16; **c)** $\frac{27}{20}$; **d)** 9.

(5p) **3.** Rezultatele obţinute de elevii unei clase la teza la matematică sunt prezentate în tabelul următor.

Nota	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Numărul de elevi	2	1	2	2	8	3	7	5

Media generală a clasei este egală cu:
a) 7,5; **b)** 7,6; **c)** 7; **d)** 8.

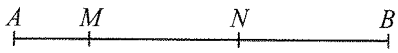
(5p) **4.** Dintre numerele $\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\frac{5}{6}$, mai mare este numărul:
a) $\frac{2}{3}$; **b)** $\frac{3}{4}$; **c)** $\frac{4}{5}$; **d)** $\frac{5}{6}$.

(5p) **5.** Media aritmetică a numerelor $4+\sqrt{12}$ şi $4-2\sqrt{3}$ este egală cu:
a) 2; **b)** 8; **c)** $\sqrt{3}$; **d)** 4.

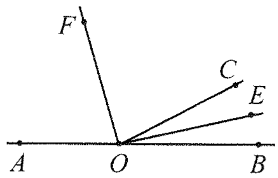
(5p) **6.** Ana afirmă: „O optime din numărul 2^{10} înseamnă 256”. Afirmaţia Anei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

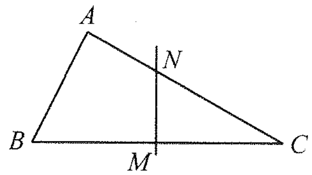
(5p) **1.** În figura alăturată, punctele A, M, N şi B sunt coliniare, $AM = 2$ cm, $AB = 8$ cm, iar N este mijlocul segmentului MB. Lungimea segmentului AN este:
a) 4 cm; **b)** 6 cm;
c) 5 cm; **d)** 3 cm.



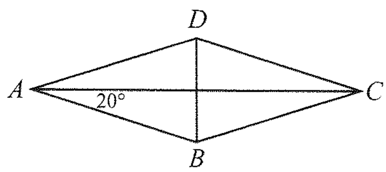
(5p) **2.** În figura alăturată, punctele A, O, B sunt coliniare, semidreapta OE este bisectoarea unghiului BOC, iar dreptele OF şi OE sunt perpendiculare. Dacă unghiul BOC are măsura de 20°, măsura unghiului AOF este:
a) 70°; **b)** 80°;
c) 90°; **d)** 100°.



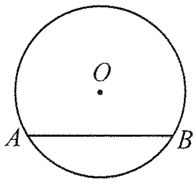
(5p) **3.** În figura alăturată, triunghiul ABC este dreptunghic în A, $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm, iar MN este mediatoarea laturii BC. Lungimea segmentului MN este:
a) 8 cm; **b)** 10 cm;
c) 7,5 cm; **d)** 6 cm.



(5p) **4.** În rombul $ABCD$ din figura alăturată, măsura unghiului $\sphericalangle BAC$ este de 20°. Măsura unghiului BDC este:
a) 50°; **b)** 60°;
c) 70°; **d)** 80°.

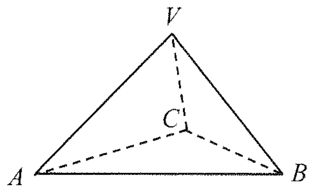


(5p) **5.** Pe cercul $\mathscr{C}(O, R)$ din figura alăturată, cu $R = 4$ cm, se consideră punctele A şi B, astfel încât măsura arcului AB este $120°$. Distanţa de la O la AB este egală cu:



a) 2 cm; **b)** $2\sqrt{3}$ cm;
c) $\sqrt{3}$ cm; **d)** 3 cm.

(5p) **6.** În figura alăturată, piramida triunghiulară regulată $VABC$ are aria laterală egală cu $6\sqrt{3}$ cm^2 şi aria totală egală cu $10\sqrt{3}$ cm^2. Latura bazei, AB, este egală cu:

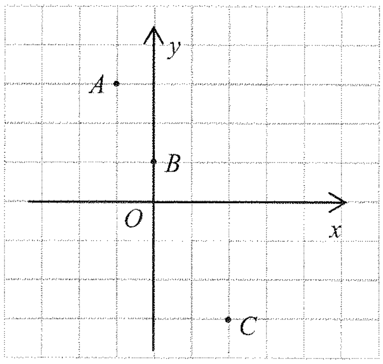


a) 2 cm; **b)** 3 cm;
c) 4 cm; **d)** 6 cm.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

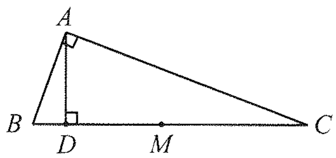
1. Numerele 145, 207 şi 329, împărţite la un număr natural nenul n, dau resturile 1, 3, respectiv 5.
(2p) **a)** Stabileşte dacă n poate fi egal cu 16.
(3p) **b)** Determină valorile numărului n.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 3)^2 - (x - 1)(3x + 4) + 7x - 6$, unde $x \in \mathbb{R}$.
(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 - 6x + 7$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
(3p) **b)** Arată că există o infinitate de valori $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ pentru care $E(a) \in \mathbb{N}$.

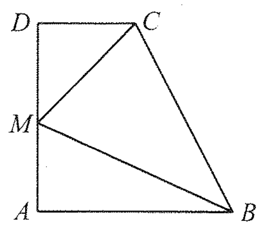


3. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - 2x$ şi punctele $A(-1, 3)$, $B(0, 1)$, $C(2, -3)$.
(2p) **a)** Arată că $f(-1) - f(2) = 6$.
(3p) **b)** Demonstrează că punctele A, B şi C sunt coliniare.

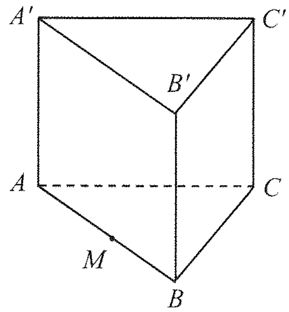
4. Triunghiul ABC din figura alăturată este dreptunghic în A, $\sphericalangle ACB = 15°$ şi $BC = 12$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului BC, iar D este proiecţia punctului A pe BC.
(2p) **a)** Arată că $\sphericalangle AMB = 30°$.
(3p) **b)** Demonstrează că $DM < 5{,}2$ cm.



5. În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez dreptunghic cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $AB = 4$ cm, $CD = 2$ cm şi $AD = 4\sqrt{2}$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AD.
(2p) **a)** Arată că $BC = 6$ cm.
(3p) **b)** Arată că $\sphericalangle BMC = 90°$.



6. Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată cu muchia bazei $AB = 4\sqrt{3}$ cm şi înălţimea $AA' = 6\sqrt{3}$ cm. Notăm cu M mijlocul muchiei AB.
(2p) **a)** Arată că volumul prismei este egal cu 216 cm^3.
(3p) **b)** Determină măsura unghiului dintre planele (MCC') şi $(B'BC)$.



✦ TESTUL 21 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma numerelor prime care divid numărul 420 este egală cu:
a) 15; **b)** 17; **c)** 18; **d)** 19.

(5p) **2.** În tabelul alăturat sunt prezentate rezultatele obţinute de patru elevi la câte un test. Elevii care au acelaşi procent de probleme rezolvate din totalul problemelor date la test sunt:
a) Maria şi Ioana; **b)** Ioana şi Matei;
c) Ioana şi Alex; **d)** Alex şi Matei.

	Nr. probleme rezolvate	Nr. probleme test
Maria	15	20
Ioana	20	25
Matei	20	30
Alex	8	10

(5p) **3.** Temperaturile medii zilnice din luna ianuarie a anului 2021 sunt înregistrate în tabelul următor.

Număr zile	4	10	11	6
Temperatura	–10°C	–6°C	3°C	6°C

Temperatura medie din luna ianuarie 2021 a fost:
a) –6°C; **b)** –1°C; **c)** –2°C; **d)** 3°C.

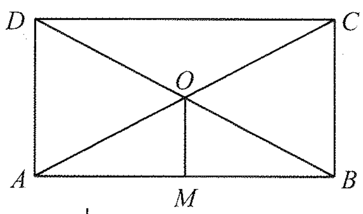
(5p) **4.** Inversul numărului $a = 0{,}5 + 0{,}(3)$ este egal cu:
a) $\frac{5}{6}$; **b)** $\frac{6}{5}$; **c)** $\frac{5}{4}$; **d)** $\frac{15}{8}$.

(5p) **5.** Numărul real $x = \sqrt{3^6 + 3^7}$ este egal cu:
a) $2 \cdot 3^3$; **b)** $\sqrt{3^{13}}$; **c)** 3^{12}; **d)** $3^3\sqrt{3}$.

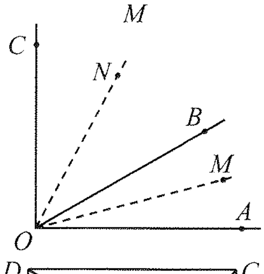
(5p) **6.** Rareş afirmă: „Reuniunea dintre mulţimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ şi mulţimea $B = \{-1, 0, 3, 7, 8, 9\}$ este o mulţime cu douăsprezece elemente”. Afirmaţia lui Rareş este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

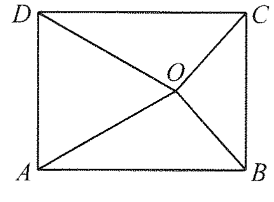
(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un dreptunghi $ABCD$. Punctul O este intersecţia diagonalelor, iar punctul M este mijlocul laturii AB. Simetricul punctului A faţă de dreapta OM este punctul:
a) M; **b)** B;
c) C; **d)** D.



(5p) **2.** În figura alăturată sunt desenate două unghiuri adiacente complementare, AOB şi BOC, şi bisectoarele lor, OM, respectiv ON. Măsura unghiului MON este egală cu:
a) 15°; **b)** 30°;
c) 45°; **d)** 90°.

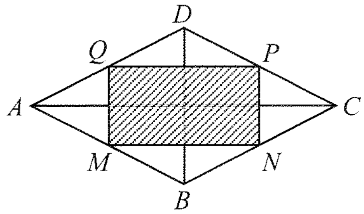


(5p) **3.** Figura alăturată reprezintă schiţa unui covor, având forma unui dreptunghi $ABCD$ cu $AD = 4$ m. Modelul covorului este format din triunghiul echilateral AOD şi triunghiul dreptunghic BOC cu ipotenuza BC. Lungimea covorului este:
a) 4 m; **b)** $2\sqrt{3}$ m;
c) $2(1+\sqrt{3})$ m; **d)** 8 m.



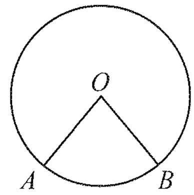
(5p) **4.** Figura alăturată reprezintă schița unei grădini în formă de romb $ABCD$ cu diagonalele $AC = 8$ m și $BD = 6$ m. Mijloacele laturilor rombului sunt vârfurile dreptunghiului $MNPQ$, iar în interiorul acestui dreptunghi au fost plantate flori. Aria suprafeței acoperite cu flori este:

a) 48 m^2; **b)** 24 m^2;
c) 12 m^2; **d)** 6 m^2.



(5p) **5.** Cercul din figura alăturată are centrul în O și raza de 8 cm. Arcul AB al cercului are măsura de 60°. Lungimea segmentului AB este:

a) 4 cm; **b)** $4\sqrt{3}$ cm;
c) 8 cm; **d)** $8\sqrt{3}$ cm.



(5p) **6.** O cutie pentru bomboane are forma unui tetraedru regulat cu latura de 10 cm și este confecționată din carton. Pentru confecționarea cutiei este nevoie de o coală de carton cu suprafața minimă de:

a) 40 cm^2; **b)** 100 cm^2; **c)** 150 cm^2; **d)** $100\sqrt{3}$ cm^2.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Andrei și Bogdan au împreună 210 lei. Dacă Andrei i-ar da lui Bogdan o șesime din suma pe care o are, atunci Bogdan ar avea jumătate din suma rămasă lui Andrei.

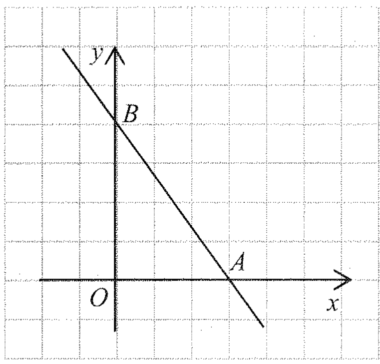
(2p) **a)** Este posibil ca Andrei să aibă 162 de lei? Justifică răspunsul dat.

(3p) **b)** Află ce sumă are Andrei.

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{x+1}{x^2+1} : \left(\dfrac{x+3}{4x-4} - \dfrac{1}{x-1}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{1}{x+1}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = \dfrac{4x}{x^2+1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $-2 < E(x) < 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.



3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{12-4x}{3}$.

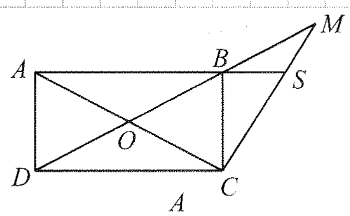
(2p) **a)** Calculează $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$.

(3p) **b)** Dacă A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină lungimea segmentului AB.

4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ de centru O, cu $AB = 6\sqrt{3}$ cm și $AO = 6$ cm. Fie M simetricul punctului O față de punctul B și S punctul de intersecție dintre dreptele AB și CM.

(2p) **a)** Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3}$ cm^2.

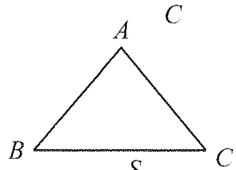
(3p) **b)** Află lungimea segmentului SB.



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC =$ $= 25$ cm și $BC = 30$ cm.

(2p) **a)** Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 300 cm^2.

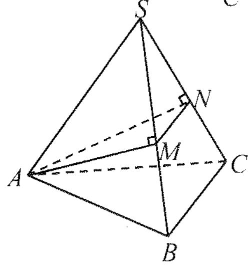
(3p) **b)** Dacă punctul D aparține dreptei AC, astfel încât $BD = 24$ cm, demonstrează că dreptele AC și BD sunt perpendiculare.



6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $SABC$ cu latura bazei $AB = 10$ cm și muchia laterală $SA = 13$ cm. Punctele M și N sunt proiecțiile punctului A pe dreptele SB, respectiv SC.

(2p) **a)** Arată că aria feței SBC este egală cu 60 cm^2.

(3p) **b)** Demonstrează că dreapta MN este paralelă cu planul ABC.



✦ TESTUL 22 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $12 - 6 : (1 + 2)$ este:
a) 2; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 10.

(5p) **2.** O bluză costă 240 de lei. După o ieftinire cu 30%, preţul bluzei va fi egal cu:
a) 72 de lei; **b)** 80 de lei; **c)** 168 de lei; **d)** 210 lei.

(5p) **3.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile medii din primele cinci luni ale anului 2021.

Ianuarie	Februarie	Martie	Aprilie	Mai
–8°C	–3°C	4°C	8°C	15°C

Variaţia maximă (diferenţa dintre cea mai mare şi cea mai mică temperatură medie) a temperaturii medii în cele cinci luni este:
a) –8°C; **b)** –5°C; **c)** 15°C; **d)** 23°C.

(5p) **4.** Cel mai mic dintre numerele raţionale 5,(3); 5,3(2); 5,33; 5,(32) este:
a) 5,(3); **b)** 5,3(2); **c)** 5,33; **d)** 5,(32).

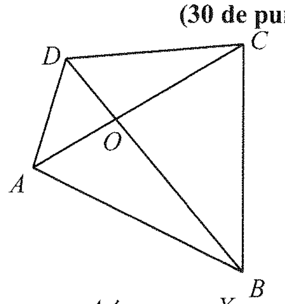
(5p) **5.** Patru elevi calculează produsul numerelor $-2\sqrt{2}$, $-3\sqrt{6}$ şi $\sqrt{12}$ şi obţin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect produsul celor trei numere este:
a) Andrei; **b)** Barbu;
c) Cristina; **d)** Dana.

Andrei	-72
Barbu	$-6\sqrt{6}$
Cristina	$6\sqrt{12}$
Dana	$36\sqrt{4}$

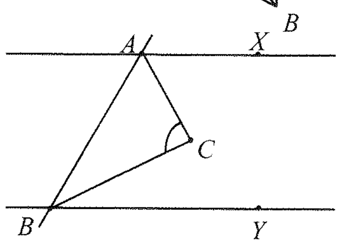
(5p) **6.** Sonia a plecat spre şcoală cu 20 de minute înainte de ora 8 şi s-a întors acasă la ora 14:30. Ea i-a spus mamei sale că a fost plecată de acasă timp de 410 minute. Afirmaţia Soniei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

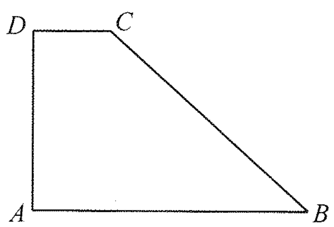
(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un patrulater convex $ABCD$ şi punctul O, intersecţia diagonalelor sale. Numărul triunghiurilor care au vârfurile printre punctele A, B, C, D, O este:
a) 4; **b)** 5;
c) 6; **d)** 8.



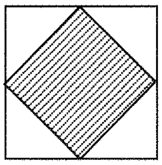
(5p) **2.** În figura alăturată dreptele AX şi BY sunt paralele, iar semidreptele AC şi BC sunt bisectoarele unghiurilor XAB, respectiv YBA. Măsura unghiului ACB este egală cu:
a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** 90°.



(5p) **3.** În figura alăturată sunt reprezentate patru mici localităţi A, B, C, D amplasate în vârfurile trapezului dreptunghic $ABCD$ cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$ şi $AB = 50$ km, $AD = 30$ km şi $DC = 10$ km. Lungimea celui mai scurt drum de la A la şoseaua care uneşte B cu C este:
a) $10\sqrt{10}$ km; **b)** 30 km;
c) 40 km; **d)** 50 km.

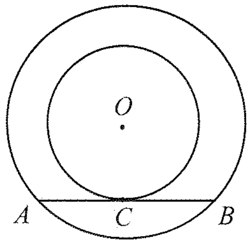


(5p) **4.** Pardoseala unei băi este acoperită cu 80 de plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 0,3 m, ca în figura alăturată. Fiecare placă de gresie are pătratul cu vârfurile în mijlocul laturilor sale de culoare albastră, iar restul plăcii este de culoare albă. Suprafața albastră a pardoselei băii are aria egală cu:



a) 3 m²; **b)** 3,6 m²;
c) 4 m²; **d)** 7,2 m².

(5p) **5.** Cele două cercuri din figura alăturată au același centru O, iar coarda AB este tangentă cercului interior în C. Dacă raza cercului exterior este de 10 cm și coarda AB are 16 cm, atunci raza cercului interior este:



a) 6 cm; **b)** 7 cm;
c) 8 cm; **d)** 9 cm.

(5p) **6.** Un cub de brânză $ABCDA'B'C'D'$ are bazele $ABCD$, $A'B'C'D'$, muchiile laterale AA', BB', CC', DD' și muchia $AB = 8$ cm. Ileana taie cubul cu un cuțit după un plan care trece prin punctele A, M, C' și N, unde M și N sunt mijloacele muchiilor BB', respectiv DD'. Aria secțiunii este:

a) $16\sqrt{3}$ cm²; **b)** $24\sqrt{3}$ cm²; **c)** $32\sqrt{6}$ cm²; **d)** $48\sqrt{2}$ cm².

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Un turist a parcurs un drum în trei zile. În prima zi a mers 18 km, a doua zi a parcurs $\frac{3}{5}$ din distanța rămasă, iar pentru ultima zi i-a rămas de făcut 25% din distanța inițială.

(2p) **a)** Află ce procent din distanța inițială a parcurs turistul în primele două zile.

(3p) **b)** Determină lungimea totală a drumului.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 1)^2 - 2(x - 1)^2 + (1 - x)(x + 3)$. unde $x \in \mathbb{R}$.

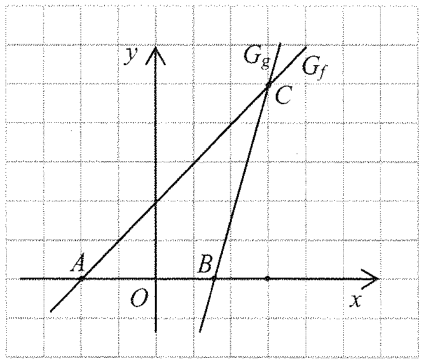
(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 + 6x + 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) **b)** Determină valoarea minimă a lui $E(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

3. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 2$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = 3x - 4$.

(2p) **a)** Determină numărul real a pentru care $f(a) = g(a)$.

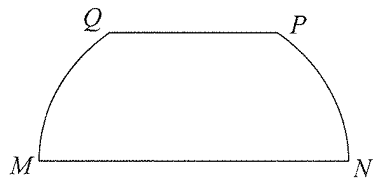
(3p) **b)** Fie A și B punctele de intersecție a reprezentărilor grafice ale funcțiilor f, respectiv g cu axa Ox a sistemului de axe ortogonale xOy și C punctul lor comun. Calculează aria triunghiului ABC.



4. În figura alăturată este reprezentată podeaua unui balcon. Arcele MQ și NP aparțin cercului de diametru $MN = 12$ m și fiecare dintre ele are măsura de 60°.

(2p) **a)** Demonstrează că $PQ = 6$ m.

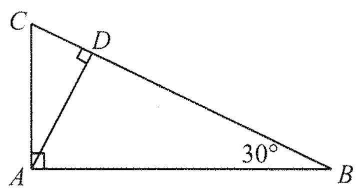
(3p) **b)** Determină lungimea conturului podelei.



5. În figura alăturată este desenat triunghiul dreptunghic ABC, cu ipotenuza $BC = 24$ cm și $\sphericalangle B = 30°$.

(2p) **a)** Arată că măsura unghiului CAD este de 30°.

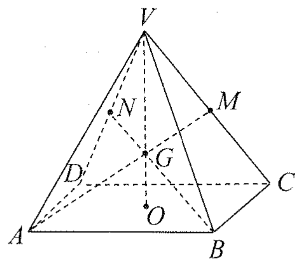
(3p) **b)** Determină lungimea segmentului CD.



6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$, în care O este centrul bazei $ABCD$, $G \in (VO)$, $VG = 2GO$, $\{M\} = AG \cap CV$ și $\{N\} = BG \cap VD$.

(2p) a) Demonstrează că M este mijlocul muchiei CV.

(3p) b) Demonstrează că planele MON și ABV sunt paralele.



✦ TESTUL 23 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul divizorilor naturali ai numărului 24 este:
a) 2; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 8.

(5p) **2.** Andrei și Bianca au vârstele (exprimate în ani) invers proporționale cu 3, respectiv 4, iar suma acestor vârste este egală cu 49 ani. Bianca are:
a) 28 ani; **b)** 27 ani; **c)** 24 ani; **d)** 21 ani.

(5p) **3.** În tabelul următor sunt prezentate datele celor trei războaie punice purtate între Roma și Cartagina.

Primul război punic	264 – 241 î.Hr.
Al doilea război punic	218 – 201 î.Hr.
Al treilea război punic	149 – 146 î.Hr.

În câți ani din perioada 264 – 146 î.Hr., Roma și Cartagina nu s-au luptat?
a) 71; **b)** 72; **c)** 73; **d)** 74.

(5p) **4.** Rezultatul calculului $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot 2{,}4$ este:
a) 0,4; **b)** 1,2; **c)** 2; **d)** 4.

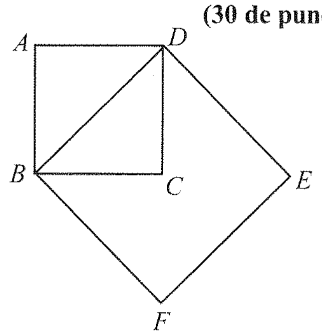
(5p) **5.** În tabelul alăturat sunt trecute aproximările găsite de patru elevi pentru numărul irațional $2\sqrt{3}$. Dintre cei patru elevi, cea mai bună aproximare a găsit-o:
a) Alexandra; **b)** Ilinca;
c) Maria; **d)** Victor.

Alexandra	2
Ilinca	3
Maria	5
Victor	6

(5p) **6.** Bunica lui Radu are de urmat un tratament de 10 zile în care trebuie să ia câte o pastilă galbenă la 6 ore și câte două pastile verzi la 8 ore. Radu a cumpărat de la farmacie, pentru tratamentul bunicii, 40 de pastile galbene și 60 de pastile verzi. Radu a procedat bine?
a) da; **b)** nu.

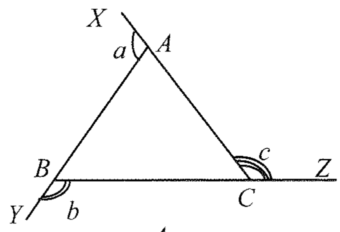
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate două pătrate, $ABCD$ și $BDEF$. Triunghiul CEF este:
a) ascuțitunghic; **b)** echilateral;
c) obtuzunghic; **d)** dreptunghic isoscel.



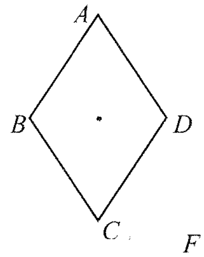
(5p) **2.** În figura alăturată, a, b, c sunt măsurile unghiurilor exterioare XAB, YBC, respectiv ZCA ale triunghiului ABC. Suma $a + b + c$ este egală cu:

a) $90°$; **b)** $180°$;
c) $360°$; **d)** $540°$.



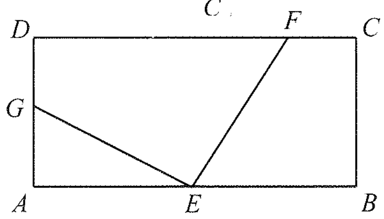
(5p) **3.** O ramă are forma unui romb $ABCD$, cu $\sphericalangle B = 120°$ și $BD = 70$ cm, ca în figura alăturată. Lungimea minimă a unei ghirlande care se aplică pe ramă este:

a) 1,4 m; **b)** 2 m;
c) 2,8 m; **d)** 3 m.



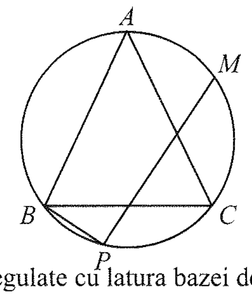
(5p) **4.** Figura alăturată reprezintă schița unei grădini în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 16$ m și $BC = 12$ m. Punctele E, F, G sunt situate pe laturile AB, CD, respectiv AD, astfel încât $AE = EB$, $EG = 10$ m și $CF = 3$ m. În interiorul patrulaterului $EFDG$ au fost plantate flori, iar restul grădinii a fost acoperit cu gazon. Aria suprafeței plantate cu flori este:

a) $90\ m^2$; **b)** $102\ m^2$;
c) $160\ m^2$; **d)** $192\ m^2$.



(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc în care este înscris triunghiul isoscel ABC, cu $AB = AC$ și $\sphericalangle BAC = 80°$. Punctul M este mijlocul arcului mic AC, iar P este un punct oarecare pe arcul mic BC. Măsura unghiului MPB este egală cu:

a) $50°$; **b)** $75°$;
c) $100°$; **d)** $150°$.



(5p) **6.** Corina are două cutii de suc. Prima cutie are forma unei prisme triunghiulare regulate cu latura bazei de 6 cm și muchia laterală de 8 cm. A doua cutie are forma unui cub cu latura de 5 cm. Dintre cele două cutii, cea cu volumul mai mare este:

a) prima cutie; **b)** a doua cutie; **c)** au același volum; **d)** nu se poate preciza.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. O fermă a vândut, în trei zile, 1000 kg de struguri. În primele două zile a vândut 640 kg de struguri, iar cantitatea vândută în a doua zi este cu 40 kg mai mare decât dublul cantității vândute în prima zi.

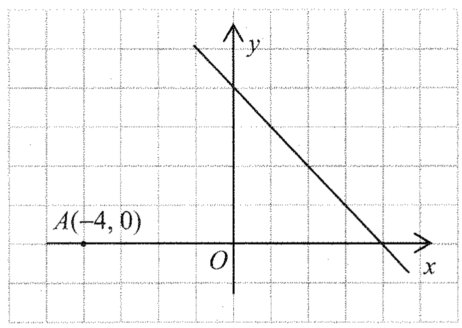
(2p) **a)** Află ce cantitate de struguri a vândut ferma în a treia zi.
(3p) **b)** Determină cantitatea de struguri vândută în prima zi.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x + 1)^2 - (x - 2)^2 - 2(2x - 1)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

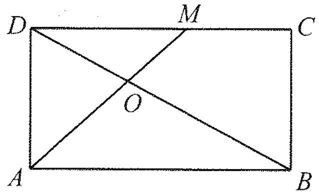
(2p) **a)** Arată că $E(x) = 2x - 1$, oricare ar fi numărul real x.
(3p) **b)** Determină numerele întregi negative n cu proprietatea că $E(n) \geq -6$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - x$.

(2p) **a)** Determină $m \in \mathbb{R}$, pentru care punctul $P(m, 3m)$ aparține graficului funcției f.
(3p) **b)** Calculează distanța de la punctul $A(-4, 0)$ la reprezentarea grafică a funcției f.



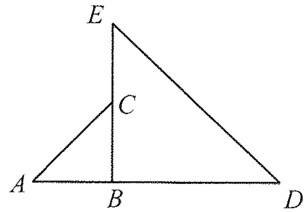
4. Dreptunghiul $ABCD$ din figura alăturată are dimensiunile $AB = 4\sqrt{3}$ cm și $AD = 4$ cm. Se știe că AM este bisectoarea unghiului BAD și $\{O\} = AM \cap BD$.



(2p) **a)** Arată că măsura unghiului BOM este 75°.

(3p) **b)** Calculează lungimea segmentului DO.

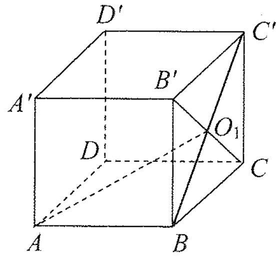
5. În figura alăturată sunt desenate două triunghiuri dreptunghice isoscele ABC și BDE cu ipotenuzele $AC = 4\sqrt{2}$ cm, respectiv $DE = 8\sqrt{2}$ cm.



(2p) **a)** Află lungimea segmentului AE.

(3p) **b)** Demonstrează că dreptele AE și CD sunt perpendiculare.

6. În figura alăturată este reprezentată o cutie în formă de cub $ABCDA'B'C'D'$. Punctul O_1 este centrul feței $BCC'B'$ și $AO_1 = 3\sqrt{6}$ dm.



(2p) **a)** Arată că 240 dm^2 de carton ajung pentru a confecționa cutia, știind că în procesul de fabricație se pierde 10% din cartonul folosit.

(3p) **b)** Arată că dreapta $A'C$ este perpendiculară pe planul $C'BD$.

✦ TESTUL 24 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dintre numerele 20, 111, 13 și 91, este prim numărul:
a) 20; **b)** 13; **c)** 111; **d)** 91.

(5p) **2.** În tabelul alăturat sunt informații cu privire la numărul elevilor de gimnaziu, pe clase, dintr-o școală. Clasele pentru care raportul dintre numărul fetelor și numărul băieților este subunitar sunt:
a) a V-a și a VIII-a; **b)** a VI-a și a VII-a;
c) a V-a și a VII-a; **d)** a VI-a și a VIII-a.

Clasa	**Număr fete**	**Număr băieți**
a V-a	24	26
a VI-a	28	22
a VII-a	25	25
a VIII-a	23	28

(5p) **3.** Într-o piscină exterioară, valoarea maximă pe care a atins-o apa pe timpul zilei a fost de 24°C. Pe timpul nopții, temperatura apei a scăzut cu 2,5°C. Cea mai mică valoare a temperaturii apei în acele 24 de ore a fost:
a) 28°C; **b)** 22,5°C; **c)** 23°C; **d)** 21,5°C.

(5p) **4.** Se dau numerele $x = 2,(375)$, $y = 2,37(5)$, $z = 2,3(75)$ și $t = 2,(37)$. Ordinea descrescătoare a numerelor este:
a) z, y, x, t; **b)** t, x, y, z; **c)** x, z, y, t; **d)** z, y, t, x.

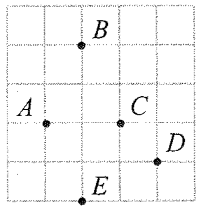
(5p) **5.** Patru elevi calculează $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}$ pentru $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{8}$, $c = \sqrt{18}$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Elevul care a obținut rezultatul corect este:
a) Alin; **b)** Bianca;
c) Daniela; **d)** Codrin.

Alin	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
Bianca	$-\sqrt{2}$
Codrin	$-6\sqrt{2}$
Daniela	$\frac{11}{6\sqrt{2}}$

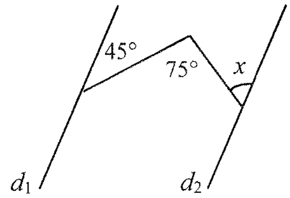
(5p) **6.** Gigel desfășoară activități școlare, folosind aplicația Zoom, fiecare activitate având durata de 40 minute. La 12:10 a început ultima activitate a zilei. Gigel afirmă: „La ora 12:45 am terminat ultima activitate școlară". Afirmația lui Gigel este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

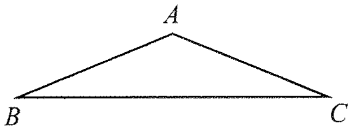
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D şi E. Dreapta AB este paralelă cu dreapta:
a) DE; **b)** CD;
c) CE; **d)** BE.



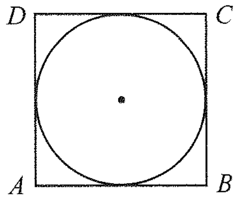
(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele d_1 şi d_2 sunt paralele, iar măsurile a trei dintre unghiurile care se formează sunt 45°, 75° şi x°. Valoarea lui x este egală cu:
a) 25; **b)** 45;
c) 120; **d)** 30.



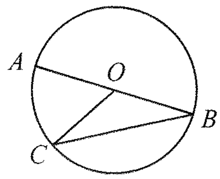
(5p) **3.** Un teren agricol are forma triunghiului isoscel ABC din figura alăturată, în care $AB = AC = 0{,}6$ km şi $\sphericalangle B = 15°$. Distanţa de la punctul B la dreapta AC este:
a) 300 m; **b)** 150 m;
c) 1200 m; **d)** 600 m.



(5p) **4.** În figura alăturată este un reprezentat teren pătratic $ABCD$, în interiorul căruia este un rond circular cu flori cu aria de 49π m^2. Aria terenului $ABCD$ este egală cu:
a) 98 m^2; **b)** 56 m^2;
c) 49 m^2; **d)** 196 m^2.



(5p) **5.** Pe cercul de centru O, având diametrul AB, se consideră punctul C, ca în figura alăturată. Dacă $\sphericalangle BCO = 30°$, atunci arcul $\overset{\frown}{AC}$ are măsura de:
a) 60°; **b)** 120°;
c) 15°; **d)** 45°.



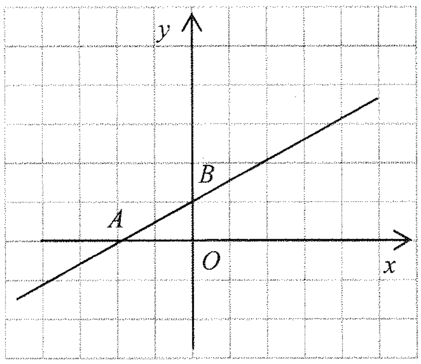
(5p) **6.** Un magazin deţine o ladă frigorifică în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 80 cm, 120 cm şi 100 cm. Numărul maxim de cutii cubice cu latura de 40 cm care pot fi depozitate în acea ladă frigorifică este:
a) 15; **b)** 12; **c)** 10; **d)** 8.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. În curtea bunicii sunt oi şi raţe, care au în total 16 capete şi 50 de picioare.
(2p) **a)** Stabileşte dacă este posibil să fie 13 oi. Justifică răspunsul.
(3p) **b)** Determină numărul raţelor din curte.

2. Fie $E(x) = x(3x + 1) - (x - 2)^2 - (x + 1)^2 + 5$, unde x este un număr real.
(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 + 3x$, pentru orice număr real x.
(3p) **b)** Demonstrează că $E(n)$ este număr natural par, oricare ar fi numărul natural n.

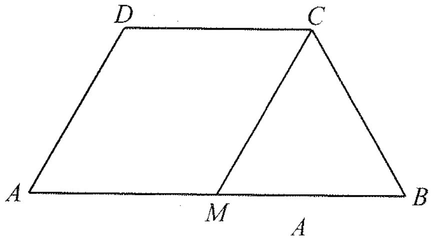
3. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$.
(2p) **a)** Calculează $f(-1) \cdot f(2)$.
(3p) **b)** Ştiind că A şi B sunt punctele de intersecţie dintre graficul funcţiei f şi axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină aria triunghiului OAB.



4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AD = BC = CD = 12$ cm şi măsura unghiului ABC de $60°$. Punctul M este mijlocul bazei AB.

(2p) **a)** Arată că $AM = 12$ cm.

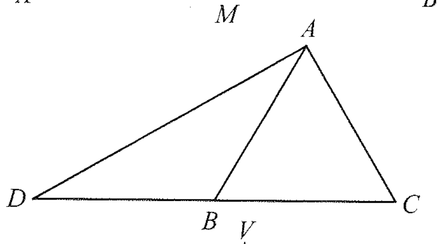
(3p) **b)** Determină lungimea segmentului AC.



5. Fie ABC un triunghi echilateral cu latura de 6 cm. Perpendiculara în A pe AC intersectează dreapta BC în punctul D, ca în figura alăturată.

(2p) **a)** Arată că $DC = 12$ cm.

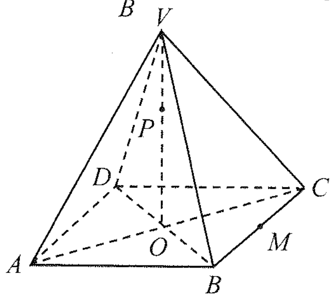
(3p) **b)** Demonstrează că perimetrul triunghiului ADC este mai mare de 28 cm.



6. Acoperişul unui turn are forma piramidei patrulatere regulate $VABCD$, ca în figura alăturată. Punctul O este centrul bazei, M este mijlocul laturii BC, iar P este un punct pe înălţimea VO astfel încât $OP = 3VP$. Se ştie că $VO = 12$ m şi $VM = 15$ m.

(2p) **a)** Arată că 200 kg de vopsea sunt suficiente pentru a vopsi pereţii laterali ai acoperişului, ştiind că pentru a vopsi 13,5 m^2 de suprafaţă se folosesc 5 kg de vopsea.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului planelor (PBC) şi (ADC).



✦ TESTUL 25 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $2^5 : 2^3 \cdot 2 - 1$ este:

a) 1; **b)** 4; **c)** 7; **d)** 0.

(5p) **2.** Activitatea unei unităţi de triaj în patru zile consecutive este sintetizată în tabelul alăturat. Zilele în care raportul dintre numărul pacienţilor consultaţi şi al celor internaţi este acelaşi sunt:

a) luni şi marţi; **b)** miercuri şi joi;
c) luni şi miercuri; **d)** marţi şi joi.

	Nr. pacienţi consultaţi	Nr. pacienţi internaţi
Luni	30	6
Marţi	12	1
Miercuri	15	3
Joi	16	2

(5p) **3.** Un tramvai a plecat cu 6 călători de la prima staţie. La următoarea staţie a urcat un călător şi au coborât cinci, iar la a treia staţie a urcat un călător şi au coborât doi. Numărul călătorilor din tramvai la plecarea din a treia staţie este:

a) 1; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 3.

(5p) **4.** Se dau numerele: $x = -\frac{1}{3}$, $y = -\frac{1}{4}$, $z = -\frac{1}{2}$ şi $t = -\frac{1}{5}$. Ordinea crescătoare a numerelor este:

a) x, y, z, t; **b)** z, x, y, t; **c)** z, y, t, x; **d)** y, x, t, z.

(5p) **5.** Calculând $\left(\frac{2}{a}+\frac{3}{b}\right)(b-a)$, pentru $a = \sqrt{3}$ şi $b = \sqrt{27}$, patru elevi au obţinut rezultatele din tabelul alăturat. Copilul care a obţinut rezultatul corect este:

a) Andrei; **b)** Ingrid;
c) Toma; **d)** Vlad.

Toma	12
Vlad	6
Ingrid	$-\frac{5}{2}$
Andrei	$4\sqrt{3}$

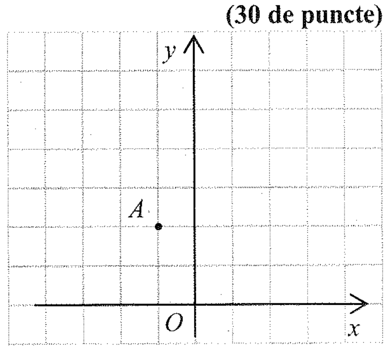
(5p) **6.** Cătălin a prins trei peşti, cel mai mare având 3,5 kg. Valoarea de adevăr a propoziţiei „Cătălin are cel puţin 12 kg de peşte." este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

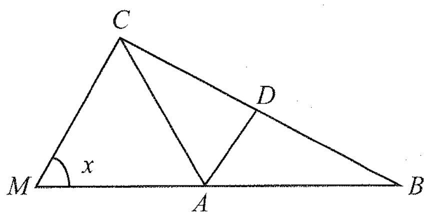
(5p) **1.** În raport cu sistemul de axe ortogonale xOy din figura alăturată, coordonatele punctului A sunt:

a) $(1, -2)$; **b)** $(-2, 1)$;
c) $(-1, 2)$; **d)** $(2, -1)$.



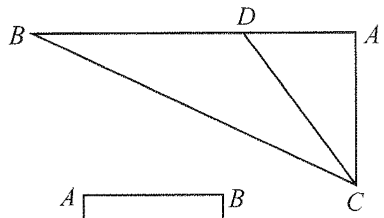
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu măsura unghiului BAC de 110°. Paralela prin C la bisectoarea AD a unghiului BAC intersectează dreapta AB în M. Măsura unghiului marcat cu x este:

a) 110°; **b)** 70°;
c) 45°; **d)** 55°.



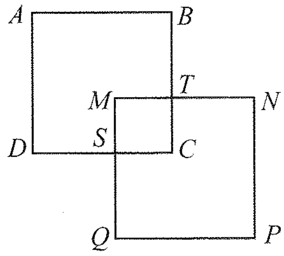
(5p) **3.** Figura alăturată reprezintă o hartă cu scara 1:2500. Măsura unghiului BAC este 90°, măsura unghiului ABC este 30°, $AB = 12$ cm şi CD este bisectoarea unghiului ACB, $D \in AB$. Distanţa dintre punctele A şi D, din teren, exprimată în kilometri, este:

a) 0,1 km; **b)** 1 km;
c) 0,01 km; **d)** 100 km.



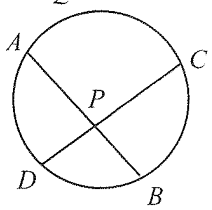
(5p) **4.** Figura alăturată reprezintă schiţa unei terase. $ABCD$ şi $MNPQ$ sunt pătrate, MQ este perpendiculară pe DC, $AB = PQ = 10$ m, iar $MT = TC = 4$ m. Aria suprafeţei terasei este:

a) 200 m²; **b)** 216 m²;
c) 184 m²; **d)** 190 m².



(5p) **5.** În figura alăturată, AB şi CD sunt două coarde concurente în punctul P. Dacă arcele $\overset{\frown}{AC}$ şi $\overset{\frown}{BD}$ au măsurile 120°, respectiv 100°, atunci măsura unghiului APD este:

a) 70°; **b)** 110°;
c) 20°; **d)** 10°.



(5p) **6.** Un corp metalic, având forma unei piramide patrulatere regulare cu latura bazei de 8 m şi înălţimea de 6 m se transformă, prin topire, în piese cubice cu latura de 2 dm, fără pierderi de material. Numărul de piese cubice obţinute este:

a) 24000; **b)** 160; **c)** 1600; **d)** 16000.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Două kilograme de roşii şi trei kilograme de cartofi costă, împreună, 16 lei. Patru kilograme de roşii şi două kilograme de cartofi, de acelaşi fel, costă 24 de lei.

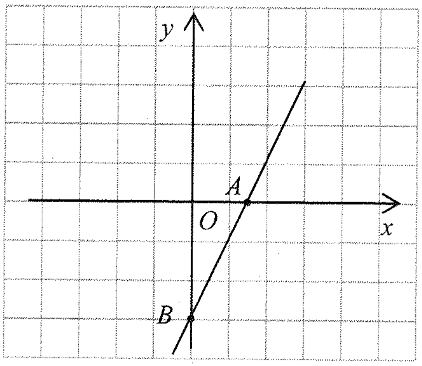
(2p) **a)** Este posibil ca un kilogram de roşii să coste 6 lei? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină preţul unui kilogram de cartofi.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\dfrac{2x^2+3x+11}{x^2+2x-3} - \dfrac{x-2}{x+3}\right) : \dfrac{1}{x^2-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 1\}$.

(2p) a) Arată că $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Demonstrează că numărul $1 + E(n)$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n, diferit de 1.

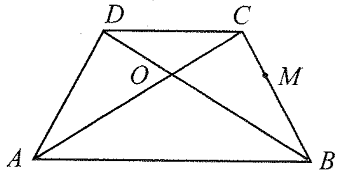


3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{3} - 3$.

(2p) a) Calculează $f(\sqrt{3}) - f(0)$.

(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină distanța de la punctul O la dreapta AB.

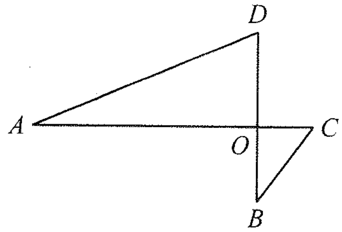
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 10$ cm, $CD = 5$ cm și perimetrul de 27 cm. Diagonalele trapezului se intersectează în punctul O, iar M este un punct pe latura BC, astfel încât $BM = 4$ cm.



(2p) a) Arată că $BC = 6$ cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului OM.

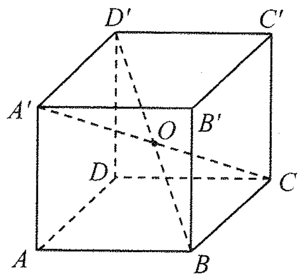
5. Patru localități A, B, C și D sunt unite prin șoselele AC, AD, BC și BD, ca în figura alăturată. Drumurile AC și BD sunt perpendiculare și se întâlnesc în O. Se știe că $OA = 24$ km, $OB = 8$ km, $OC = 6$ km și $OD = 10$ km.



(2p) a) Demonstrează că $BC = OD$.

(3p) b) Plecând din B pe bicicleta sa, poștașul Vasile dorește să ajungă la șoseaua AD, mergând peste câmpuri, pe drumul cel mai scurt. Viteza sa este 18 km/h. Arată că el va parcurge drumul dorit în mai puțin de o oră.

6. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu latura 30 cm.



(2p) a) Putem împacheta cubul, acoperindu-l în întregime, cu o coală de hârtie având suprafața 0,5 m^2?

(3p) b) Diagonalele BD' și CA' ale cubului se intersectează în punctul O. Calculează sinusul unghiului BOC.

✦ TESTUL 26 ✦

SUBIECTUL I. *Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.* **(30 de puncte)**

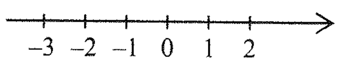
(5p) 1. Dacă a și b sunt numere prime, $a < b$ și $a + 2b = 17$, atunci valoarea lui a este:

a) 7; **b)** 5; **c)** 2; **d)** 3.

(5p) 2. La deschiderea bursei, o acțiune valora 80€. Pe parcursul zilei, valoarea acțiunilor a scăzut cu 15%. La sfârșitul programului, prețul acțiunii este:

a) 65€; **b)** 68€; **c)** 70€; **d)** 92€.

(5p) 3. Pe axa numerelor sunt reprezentate câteva numere întregi. Numărul întreg al cărui opus nu se află în reprezentare este:



a) 1; **b)** 0; **c)** –2; **d)** –3.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ

PRECIZĂRI

Subiectul I și Subiectul al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut.

TESTUL 1

Subiectul I. 1. c). **2.** c). **3.** b). **4.** d). **5.** a). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** d). **3.** a). **4.** c). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. Fie x lungimea drumului în kilometri. a) Dacă în prima zi biciclistul ar fi parcurs 13 km, atunci $\frac{x}{3}-5=13$, de unde rezultă că $x = 54$ km, ceea ce nu este posibil, deoarece numai în ultima zi biciclistul a parcurs 55 km. Deci, nu este posibil ca biciclistul să fi parcurs în prima zi 13 km; b) În prima zi biciclistul a parcurs $\left(\frac{x}{3}-5\right)$ km, iar în a doua zi a parcurs $\left[15+\frac{1}{3}\left(\frac{2x}{3}+5\right)\right]$ km. Din ecuația $\frac{x}{3}-5+15+\frac{1}{3}\left(\frac{2x}{3}+5\right)+55=x$ rezultă că $x = 150$ km. **2.** a) $E(2) = -9$; b) $E(x) = x^2 - 6x - 1 = (x-3)^2 - 10 \geq -10$, pentru orice număr real x. **3.** a) $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$; b) B este mijlocul segmentului AP, deci $x_B = \frac{x_A + x_P}{2}$ și $y_B = \frac{y_A + y_P}{2}$, de unde rezultă că $x_P = 3$ și $y_P = 8$, deci $P(3, 8)$. **4.** a) $\mathcal{A}_{ADC} = \frac{AB \cdot DC}{2} = 48$ cm^2; b) Fie $\{F\} = DE \cap AC$. Deoarece $\sphericalangle FDC + \sphericalangle FCD = \sphericalangle BDE + \sphericalangle ACB = 90°$, rezultă că $EF \perp AC$. Din relațiile $EF \perp AC$ și $CB \perp AE$, deducem că D este ortocentrul triunghiului ACE, deci $AD \perp EC$. **5.** a) Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul ADC, obținem $AC = 15$ cm. Cum $DC \parallel AB$, avem $\Delta DOC \sim \Delta BOA$, deci $\frac{OC}{OA}=\frac{DC}{AB}=\frac{9}{16}$. Din relațiile $\frac{OC}{OA}=\frac{9}{16}$ și $OC + OA = 15$, deducem că $OA = \frac{48}{5}$ cm; b) Analog, obținem $OD = \frac{36}{5}$ cm. Cum $OA^2 + OD^2 = AD^2$, rezultă că diagonalele trapezului, AC și BD, sunt perpendiculare. **6.** a) Deoarece $BB' \perp (ABC)$ și $BM \perp CM$, rezultă că $B'M \perp CM$, deci $\mathcal{A}_{CMB'} = \frac{CM \cdot MB'}{2} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 10}{2} = 30\sqrt{3}$ cm^2; b) d$(A, (CMB')) = \frac{BB' \cdot \mathcal{A}_{ACM}}{\mathcal{A}_{CMB'}} = \frac{24}{5} = 4{,}8$ cm.

TESTUL 2

Subiectul I. 1. b). **2.** a). **3.** a). **4.** d). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** c). **4.** b). **5.** c). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Dacă r este numărul merelor roșii, g al celor galbene și v al celor verzi, atunci, din relațiile $\frac{r}{2}=\frac{g}{5}=\frac{v}{6}$ și $r + g + v = 52$, rezultă că $r+\frac{5r}{2}+3r=52$, de unde $r = 8$; b) Notăm cu x numărul merelor galbene care ar

trebui puse în coş pentru a fi îndeplinită condiţia din enunţ. Cum numărul iniţial al merelor galbene este 20, avem $\frac{20+x}{52+x}=\frac{1}{2}$, de unde obţinem $x = 12$. **2.** a) $E(x) = (2x + 3 + 2x - 3)^2 - 14x^2 - 4x + 6 = 2x^2 - 4x + 6$; b) $E(x) \le 8 - 4x \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 2x^2 \le 2 \Leftrightarrow |x| \le 1 \Leftrightarrow x \in [-1, 1]$. **3.** a) Cum $f(-2) = 0$, rezultă că $f(-4) \cdot f(-3) \cdot f(-2) \cdot f(-1) = 0$; b) Deoarece $A(-2, 0)$, $B(0, 2)$ şi $M(-1, 1)$, avem $AM = MO = \sqrt{2}$, $OA = 2$. Perimetrul triunghiului AMO este egal cu $2+2\sqrt{2}$. **4.** a) Fie $CE \perp AB$, $E \in AB$. Cum $BE = 2$ cm, $\sphericalangle E = 90°$ şi $\sphericalangle B = 60°$, rezultă că $BC = 4$ cm şi $CE = 2\sqrt{3}$ cm. Aria trapezului $ABCD$ este egală cu $\frac{(AB+CD)\cdot CE}{2} = 10\sqrt{3}$ cm^2; b) Deoarece $BC = CD = 4$ cm, rezultă că $\sphericalangle BDC = \sphericalangle CBD$. Din relaţia $AB \parallel CD$ deducem că $\sphericalangle BDC = \sphericalangle ABD$, deci $\sphericalangle BDC = \sphericalangle CBD = \sphericalangle ABD = 60° : 2 = 30°$. **5.** a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 100$, deci $BC = 10$ cm; b) Deoarece $\frac{CE}{CD}=\frac{5}{4}=\frac{CB}{CA}$ şi $\sphericalangle ECD = \sphericalangle BCA$, rezultă că $\Delta ECD \sim \Delta BCA$, deci $\frac{DE}{AB}=\frac{EC}{BC}=\frac{1}{2}$, de unde obţinem $DE =$ $= 3$ cm. Din relaţiile $EA = ED = 3$ cm şi $BA = BD = 6$ cm rezultă că BE este mediatoarea segmentului AD, deci $BE \perp AD$. **6.** a) Fie M mijlocul laturii BC. Deoarece $OM = 2\sqrt{3}$ cm, $VO = 2$ cm şi $\sphericalangle VOM = 90°$, rezultă că $VM = 4$ cm, deci $\mathcal{A}_l =$ $= 3\mathcal{A}_{VBC} = 72$ cm^2; b) Avem $\sphericalangle((ABC), (VBC)) = \sphericalangle(VM, OM) = 30°$.

TESTUL 3

Subiectul I. 1. b). **2.** a). **3.** b). **4.** a). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** a). **4.** a). **5.** b). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) Notăm cu c preţul cadoului, cu t suma Teodorei şi cu a suma lui Andrei. Pentru $c = 100$, am avea $t = 75$ de lei, $a = 60$ de lei şi $75 + 60 \neq 270$. Deci, preţul cadoului nu poate fi 100 de lei; b) Din $t + a = 270$ rezultă că $\frac{3}{4}c+\frac{3}{5}c = 270$, de unde $c = 200$ de lei, $t = 150$ de lei şi $a = 120$ de lei. **2.** a) $E(x) = 2x^2 + 3x + 1 = (x + 1)(2x + 1)$; b) Pentru $n = 3k + 1$, $E(n) = (3k + 2)(6k + 3) \,\vdots\, 3$, iar pentru $n = 3k + 2$, $E(n) = (3k + 3)(6k + 5) \,\vdots\, 3$. **3.** a) $f(4) = 0$, deci $f(0) \cdot f(2) \cdot f(4) = 0$; b) $A(4, 0)$; $B(0, -2)$; $M(2, -1)$; $\mathcal{A}_{AOM} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{AOB} = 2$. **4.** a) $BDMP$ este trapez isoscel ortodiagonal, iar $\mathcal{A}_{BDMP} = \frac{MB\cdot DP}{2} = \frac{9}{2}$ cm^2; b) $AQ = AP = 1$ cm, deci $\sphericalangle MQA = 45°$. Deoarece $\sphericalangle QMB = 45°$ şi $\sphericalangle MBD = 45°$, rezultă că $MQ \perp BD$. În triunghiul BMD avem: $DA \perp MB$ şi $MQ \perp BD$, $DA \cap MQ = \{Q\}$, deci Q este ortocentrul triunghiului BMD. **5.** a) Deoarece $\sphericalangle BCD = 120°$, rezultă că $\sphericalangle CBA = 60°$, iar $\sphericalangle CBD = \sphericalangle DBA = 30°$. Triunghiul BCD este isoscel, cu $BC = DC$. Dacă $CT \perp AB$, $T \in AB$, rezultă că $CT = AD = 2\sqrt{3}$ cm, $TB = 2$ cm şi $BC = 4$ cm; b) Fie $OM \perp AB$, $M \in AB$. Deoarece $\Delta AOM \sim \Delta ACT$, rezultă că $\frac{OM}{CT}=\frac{AO}{AC}$, de unde $OM = \frac{6\sqrt{3}}{5}$ cm. **6.** a) $ABMB'$ este paralelogram, deci $MB \parallel B'C$, iar $\sphericalangle(MB, CC') = \sphericalangle(B'C, CC') = \sphericalangle B'CC'$. Se obţine $CC' = 6\sqrt{3}$ cm şi $B'C = 12$ cm, deci $\sphericalangle B'CC' = 30°$; b) În triunghiul $MA'C'$, constatăm că $A'B' = \frac{MC'}{2}$, deci $MA' \perp A'C'$. Atunci $MA' \perp A'C'$, $MA' \perp CC'$, astfel că $MA' \perp (ACC')$, adică $d(M, (ACC')) = MA' = 6\sqrt{3}$ cm.

TESTUL 4

Subiectul I. 1. c). **2.** d). **3.** b). **4.** c). **5.** c). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** d). **3.** c). **4.** d). **5.** b). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Fie a, b, c sumele celor trei copii. Atunci $a + b + c = 57$, $a = 2b - 1$, $c = 2b - 7$. Bianca nu poate avea 15 lei, deoarece $b = 15$ ar conduce la $a = 29$, $c = 23$ şi $57 \neq 29 + 23 + 15$; b) $a = 25$; $b = 13$; $c = 19$.

2. b) $E(n^2) + E(n) - 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2$. **3.** a) $f(\sqrt{5})\cdot f(-\sqrt{5}) = (3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5}) = 4$; b) Simetricul este $P'(-1, 4)$ și $f(-1) = 1 + 3 = 4$, deci $P' \in G_f$. **4.** a) $\sphericalangle BMC = \sphericalangle AMC - \sphericalangle AMB = 45° - 30° = 15°$, deoarece $AB = AM$ și $\sphericalangle MAB = 120°$; b) Se constată că $\sphericalangle PAB = \sphericalangle PBA = 30°$, deci $\Delta APB \sim \Delta MAB$, ceea ce conduce la $\frac{AB}{MB} = \frac{PB}{AB} \Leftrightarrow AB^2 = AP \cdot MB$. **5.** a) În ΔMAD, $MD = \frac{AD}{2} = 6$ cm, $MA = 6\sqrt{3}$ cm. Atunci $\mathscr{P}_{ABCD} = (24+12\sqrt{3})$ cm < 45 cm; b) $\mathscr{A}_{MAD} = 18\sqrt{3}$ cm², $\mathscr{A}_{ABCD} = 72\sqrt{3}$ cm², deci $\mathscr{A}_{MAD} = 25\%$ din $\mathscr{A}_{ABCD}$. **6.** a) $VA = VC$ și $\sphericalangle AVC = 90°$, deci ΔAVC este dreptunghic isoscel, iar $VA = 6$ cm și $VO = 3\sqrt{2}$ cm. Atunci $\mathscr{V}_{VABCD} = \frac{\mathscr{A}_{ABCD}\cdot VO}{3} = 36\sqrt{2}$ cm³; b) Dacă M este mijlocul lui BC, atunci $\sphericalangle(VO, (VBC)) = \sphericalangle OVM$, iar $\text{tg}(\sphericalangle OVM) = \frac{OM}{OV} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

TESTUL 5

Subiectul I. 1. b). **2.** d). **3.** c). **4.** c). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** a). **3.** c). **4.** a). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) Lățimea dreptunghiului nu poate fi egală cu 15 m, deoarece am avea $L = 40$ m și $19 \cdot 35 \neq 600$; b) Din $l \cdot L = 600$ și $(l + 4)(L - 5) = 600$ se obțin: $L = 30$ m, $l = 20$ m, $\mathscr{P}_{ABCD} = 100$ m. **2.** a) $E(x) = \frac{x^2-2x+1}{x-2}\cdot\frac{(x-2)(x-5)}{x(x-1)^2} = \frac{x-5}{x}$; b) $E(n) \in \mathbb{Z}$ implică $n \in \{-1, -5\}$. **3.** a) $A(-\sqrt{2}, 0)$; $B(0, 2)$; $\mathscr{A}_{AOB} = \frac{OA\cdot OB}{2} = \sqrt{2}$; b) $x \in \left(-\infty, -2\sqrt{2}-2\right]$. **4.** a) $AC = BD$, deci ΔMNP este echilateral, cu $MN = 2$ cm și $\mathscr{A}_{MNP} = \sqrt{3}$ cm²; b) $PO \perp BD \Rightarrow \Delta POB \sim \Delta DAB$. Rezultă că $AD = \frac{\sqrt{3}AB}{2}$ și din ΔDAB obținem $AB = \frac{8}{\sqrt{7}}$ cm. **5.** a) $AB = 6\sqrt{2}$ cm, iar dacă $CT \perp AD$, $T \in (AD)$, se obține că $DC = 9$ cm; b) Deoarece $DM = 3\sqrt{6}$ cm, $MC = 3\sqrt{3}$ cm, se constată că $DC^2 = MD^2 + MC^2$ și astfel $\sphericalangle DMC = 90°$. **6.** a) $\mathscr{A}_{ABCD} = 16$ cm², deci $AB = 4$ cm. Deoarece $4 \cdot AB \cdot AA' = 96$ cm², rezultă că $AA' = 6$ cm; b) Dacă P este mijlocul muchiei BB', atunci $\text{pr}_{(BCC')} MN = CP = 5$ cm.

TESTUL 6

Subiectul I. 1. a). **2.** c). **3.** a). **4.** c). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** c). **3.** a). **4.** c). **5.** a). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) Nu, deoarece am obține $200 = \overline{2y} + \overline{z2}$; b) Se obține $89x = y + 10z$, de unde deducem că $\overline{xyz} = 198$. **2.** b) $E_1(x) = -8x + 8$, deci $E_1(n) + E_2(n) = 4n + 20$. Pentru $n = 2k + 1$ avem $E_1(n) + E_2(n) = 8k + 24$, care se divide cu 8. **3.** a) $\frac{f(1)-f(\sqrt{2})}{\sqrt{2}-1} = 2$; b) $A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, $B(0, 3)$; $\mathscr{A}_{PAB} = \frac{PB\cdot OA}{2}$, de unde $PB = 4$, iar punctele sunt $P_1(0, -1)$ și $P_2(0, 7)$. **4.** a) $BD = 9\sqrt{2}$ cm; $\sin(\sphericalangle ABD) = \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{2}$; b) Dacă $\{N\} = MC \cap BD$, atunci $\Delta MNB \sim \Delta CND$, de unde $BN = 3\sqrt{2}$ cm. În ΔBAE, MN este linie mijlocie, astfel că $AE \parallel MN$, adică $AE \parallel MC$. **5.** a) $BD = 6\sqrt{2}$ cm, deci $BA = 6$ cm și $\mathscr{P}_{ABCD} = 24$ cm; b) Deoarece $OT = \frac{BD}{2}$, rezultă că BTD este triunghi dreptunghic în T și $\mathscr{A}_{BTD} = 9\sqrt{3}$ cm².
6. a) Fie M mijlocul laturii BC. Deoarece $VA = 2\sqrt{7}$ cm și $OA = 4$ cm, rezultă că $VO = 2\sqrt{3}$ cm și $OM = 2$ cm. Din triunghiul VOM se obține $VM = 4$ cm; b) $OM = PO = 2$ cm, deci $\sphericalangle PMO = 45°$. Cum $\sphericalangle VMO = 60°$ și $\sphericalangle PMO = 45°$, rezultă că $\sphericalangle((VBC), (PBC)) = \sphericalangle VMP = 15°$.

TESTUL 7

Subiectul I. 1. c). **2.** b). **3.** a). **4.** b). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** c). **3.** d). **4.** c). **5.** c). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Nu, deoarece dacă numărul vazelor ar fi 6, numărul trandafirilor ar fi $3 \cdot 6 + 1 = 19$, dar $5 \cdot (6 - 3) = 15$, contradicție; b) Notăm cu t numărul trandafirilor și cu v numărul vazelor; $t = 3v + 1 = 5(v - 3)$, de unde $v = 8$ și $t = 25$. **2.** b) $E(a) \leq 0 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 \leq 12 \Leftrightarrow (a - 3)^2 \leq 12$ și, cum $a \in \mathbb{Z}$, obținem $a \in \{0, 1, \ldots, 6\}$. **3.** b) Punctele de intersecție dintre graficul funcției f și axele de coordonate sunt $A(3, 0)$ și $B(0, 3)$. Cum $OA = OB$ și $MA = MB$, rezultă că OM este mediatoarea segmentului AB, deci $OM \perp AB$. **4.** a) $AB^2 = BD \cdot BC \Leftrightarrow AB^2 = BD \cdot (BD + DC) \Leftrightarrow 4^2 = 2 \cdot (2 + 6) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 16 = 2 \cdot 8 \Leftrightarrow 16 = 16$ (A); b) Din $\sphericalangle ABD \equiv \sphericalangle CBA$ și $\frac{AB}{BD} = \frac{CB}{AB}$ rezultă că $\Delta ABD \sim \Delta CBA$, prin urmare $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle ACB$.
5. a) Se arată că înălțimea trapezului este $3\sqrt{3}$ cm, iar aria este egală cu $27\sqrt{3}$ cm^2; b) Se dovedește că $AC \perp BC$, deci $d(A, BC) = AC = 6\sqrt{3}$ cm. **6.** a) Se calculează $AM = 12$ cm, $OM = 4$ cm și apoi, cu teorema lui Pitagora în ΔVOM ($\sphericalangle O = 90°$), se determină $VM = 4\sqrt{3}$ cm; b) Cum $BC \perp (VAM)$, rezultă că $(VAM) \perp (VBC)$, așadar $pr_{(VBC)} O \in VM = (VAM) \cap (VBC)$. Astfel, punctul P se află pe mediana VM a triunghiului VBC. Din teorema catetei, $\frac{VP}{PM} = \frac{VO^2}{OM^2} = 2$, prin urmare P este centrul de greutate al triunghiului VBC.

TESTUL 8

Subiectul I. 1. b). **2.** a). **3.** d). **4.** b). **5.** c). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. a). **2.** c). **3.** b). **4.** a). **5.** d). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Dacă bunica ar avea 6 nepoți, atunci ar avea $6 \cdot 3 + 2 = 20$ de mere și $6 \cdot 8 + 14 = 62$ de nuci. Cum $62 \neq 3 \cdot 20$, bunica nu poate avea 6 nepoți; b) Fie n numărul nepoților; atunci $3(3n + 2) = 8n + 14$, de unde rezultă $n = 8$. **2.** $E(x) = x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$; a) $E(2023) - E(2022) = 2024 \cdot 2025 - 2023 \cdot 2024 = 2024 \cdot 2$; b) $\frac{1}{E(n)} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$. Rezultă că $\frac{1}{E(0)} + \frac{1}{E(1)} + \ldots + \frac{1}{E(8)} + 0{,}1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + 0{,}1 = 1 - \frac{1}{10} + 0{,}1 = 1 \in \mathbb{N}$. **3.** a) Avem $A(-4, 0)$, $B(0, -4)$ și $AB = 4\sqrt{2}$; b) $\mathcal{A}_{MAB} = \frac{AM \cdot OB}{2} \Rightarrow AM = 2$, deci $OM = 2$ sau $OM = 6$, de unde $M(-2, 0)$ sau $M(-6, 0)$. **4.** a) Deoarece $AE \perp BC$ și $DE \perp BC$, rezultă că punctele A, D și E sunt coliniare; b) $AD = (12 - 5\sqrt{3})$ cm $\simeq 3{,}3\ldots$ cm. **5.** a) $\sphericalangle AMC = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} = \sphericalangle ABC = 60°$. Triunghiul MDC este isoscel, cu $\sphericalangle DMC = 60°$, așadar este echilateral; b) Cum $\sphericalangle ACD = 60° - \sphericalangle DCB = \sphericalangle BCM$, $CD = CM$ și $CA = CB$, rezultă că $\Delta ADC \equiv \Delta BMC$ (L.U.L.), deci $BM = AD$. Rezultă că $AM = AD + DM = BM + MC$. **6.** a) $\mathcal{A}_{ABC} = 25\sqrt{3}$ cm^2, deci volumul prismei este egal cu $375\sqrt{3}$ cm^3; b) Cum $AB \parallel A'B'$ și dreapta AB este conținută în planul (ABC), iar dreapta $A'B'$ este conținută în planul $(A'B'C)$, dreapta comună planelor este dreapta d, care conține punctul C și este paralelă cu AB și $A'B'$. Dacă M este mijlocul lui AB, iar N este mijlocul lui $A'B'$, atunci $MC \perp d$ și $NC \perp d$; de aici, $\sphericalangle((ABC), (A'B'C)) = \sphericalangle NCM$. În ΔNMC, dreptunghic în M, $\text{tg}(\sphericalangle NCM) = \frac{MN}{CM} = \sqrt{3}$, deci $\sphericalangle NCM = 60°$.

TESTUL 9

Subiectul I. 1. b). **2.** c). **3.** b). **4.** a). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** d). **3.** d). **4.** b). **5.** c). **6.** b).

Subiectul al III-lea. 1. a) $67 + 6 + 7 \neq 93$ şi $76 + 7 + 6 \neq 93$, deci nepoţii nu pot avea 6 ani, respectiv 7 ani; b) Fie $\overline{ab}$ vârsta bunicului; atunci $\overline{ab} + a + b = 93$, deci $11a + 2b = 93$. Rezultă că $\overline{ab} = 78$. **2.** a) $E(x) = 5 - 2x$; $E(a) + E(b) = 10 - 2(a + b) = -200$; b) Fie $S = E(1) + E(2) + ... + E(104)$ şi $S = E(104) + E(103) + ... + E(1)$. Rezultă că $2S = [E(1) + E(104)] + [E(2) + E(103)] + ... + [E(104) + E(1)] = -200 \cdot 104 \Rightarrow S = -10400$. **3.** a) $f(-1) \neq 0$, deci M nu este situat pe graficul funcţiei f; b) Fie $MN \perp G_f$, $N \in G_f$, $d(M, G_f) = MN$. Cum $\Delta BAO \sim \Delta BMN$, rezultă că $\frac{BA}{BM} = \frac{AO}{MN}$, de unde $MN = 3$. **4.** a) Din ΔABC dreptunghic în A şi $BC = 2AB$ rezultă că $\sphericalangle ACB = 30°$ şi $\sphericalangle ABC = 60°$. Triunghiul ABE este dreptunghic isoscel, deci $\sphericalangle ABE = 45°$. Rezultă că $\sphericalangle EBC = 15°$; b) Fie $AB = a$; $BE = a\sqrt{2}$ şi $BD = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$. Prin urmare, ΔBDE este isoscel şi, cum $\sphericalangle EBD = 60°$, acesta este echilateral. **5.** a) BM este mediană în ΔBOA, deci acesta este isoscel, $BO = BA$. Cum $BO = AO$, rezultă că triunghiul BOA este echilateral; b) Din ΔBOC dreptunghic în B deducem că $\sphericalangle BCO = 30°$ (deoarece $\sphericalangle BOC = 60°$). Dar $\sphericalangle ABC = 90° - \sphericalangle OBA = 30°$. Rezultă că ΔABC este isoscel, cu $AC = AB$. Prin urmare, $AC = AB = AO$, deci C este simetricul lui O faţă de A. **6.** a) Fie $AO \cap BC = \{M\}$, M – mijlocul segmentului BC. Cum $AM \perp BC$ şi $VM \perp BC$, rezultă că $\sphericalangle((VBC), (ABC)) = \sphericalangle VMO = 60°$. Folosind şi $VM = 6$ cm, deducem că $VO = 3\sqrt{3}$ cm, $OM = 3$ cm şi $AB = 6\sqrt{3}$ cm. Rezultă că aria bazei piramidei este $27\sqrt{3}$ cm² şi volumul piramidei este 81 cm³; b) Cum $(VAM) \perp (VBC)$, considerând $PN \perp VM$, $N \in VM$, rezultă că $PN \perp (VBC)$. Prin urmare, condiţia problemei este $PO = PN$. Din $\Delta VNP \sim \Delta VOM$ deducem că $\frac{VP}{VM} = \frac{PN}{OM}$ şi, de aici, $PO = \sqrt{3}$ cm.

TESTUL 10

Subiectul I. 1. d). **2.** a). **3.** d). **4.** c). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** b). **3.** d). **4.** d). **5.** c). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) Dacă a doua zi ar vizita 10 obiective, în zilele următoare turistul ar vizita minim 11, 12, 13, respectiv 14 obiective. Cum $5 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 > 52$, răspunsul este negativ; b) Fie 5, a, b, c, d, e numărul obiectivelor vizitate în cele 6 zile. Astfel, $52 = 5 + a + b + c + d + e \geq 5 + a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) + (a + 4)$, de aici $52 \geq 5a + 15$, adică $5a \leq 37$. Cum $a \in \mathbb{N}$, rezultă că $a \leq 7$. Cum turistul poate vizita, în cele 6 zile, 5, 7, 8, 9, 10, 13 obiective, rezultă că $a_{max} = 7$. **2.** $E_1(x) = \frac{x^2}{x-1}$, $E_2(x) = \frac{2x}{x-1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; a) $E_1(-1) \cdot E_1\left(\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$; b) $a = \frac{n^2}{n-1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2n}{n-1} = n \in \mathbb{N}$. **3.** a) $A'(3, 2)$, $B'(1, -2)$; b) $A'B' = \sqrt{(3-2)^2 + (2+2)^2} = 2\sqrt{5}$. **4.** *Soluţia 1.* a) $\mathcal{A}_{DMN} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{ADM} - \mathcal{A}_{MBN} - \mathcal{A}_{DCN} = 5$ cm²; b) $DM = 5$ cm; $DN = 2\sqrt{5}$ cm; $\mathcal{A}_{DMN} = \frac{DM \cdot DN \cdot \sin(\sphericalangle MDN)}{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow \sin(\sphericalangle MDN) = \frac{2\mathcal{A}_{DMN}}{DM \cdot DN} = \frac{1}{\sqrt{5}}$. *Soluţia 2.* a) Cum $DM = 5$ cm, $MN = \sqrt{5}$ cm, $DN = 2\sqrt{5}$ cm şi $DM^2 = MN^2 + DN^2 \Rightarrow$ $\Rightarrow \Delta DNM$ este dreptunghic în N. Rezultă că $\mathcal{A}_{DMN} = \frac{DN \cdot MN}{2} = 5$ cm²; b) $\sin(\sphericalangle MDN) = \frac{MN}{DM} = \frac{1}{\sqrt{5}}$. **5.** a) Se observă că $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$ şi $\sphericalangle MAN \equiv \sphericalangle BAC$, deci $\Delta AMN \sim \Delta ACB$. Prin urmare, $\sphericalangle AMN \equiv \sphericalangle ACB$; b) $\sphericalangle MAP = 90° - \sphericalangle B = \sphericalangle C$ şi, cum $\sphericalangle AMP = \sphericalangle C$, rezultă că ΔAPM este isoscel, cu $MP = AP$. Analog, deducem că $AP = PN$. Rezultă că $MP = PN$, deci P este mijlocul segmentului MN. **6.** a) Fie r raza axului după strunjire, R raza axului iniţial, iar h lungimea axului. Avem $\frac{r}{R} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$, $h = 1400$ mm şi $\frac{v}{\mathcal{V}} = \frac{\pi r^2 h}{\pi R^2 h} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{16}{25} = 0{,}64$, deci $v = 0{,}64 \cdot \mathcal{V}$; b) Din $M - m = p\% \cdot M$ deducem că $p = 100 \cdot \frac{M-m}{M}$. Dar $M = \rho \cdot \mathcal{V}$ şi $m = \rho \cdot v$, unde ρ este densitatea oţelului. Rezultă că $p = 100\left(\frac{\mathcal{V} - v}{\mathcal{V}}\right) = 100\left(1 - \frac{v}{\mathcal{V}}\right) = 36$. Prin urmare, prin strunjire se pierde 36% din masa iniţială.

TESTUL 11

Subiectul I. 1. d). **2.** b). **3.** c). **4.** b). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** b). **4.** b). **5.** c). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) Deoarece 46 împărțit la 6 dă câtul 7 și restul 4, iar împărțit la 8 dă câtul 5 și restul 6, rezultă că puteau fi 46 de bomboane în pungă; b) Fie n numărul minim de bomboane din pungă. Avem $n = 6a + 4$ și $n = 8b + 6$, unde a și b sunt numere naturale, deci $n + 2 = 6a + 6$ și $n + 2 = 8b + 8$. Prin urmare, $n + 2$ este cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 8, adică $n + 2 = 24$ sau $n = 22$. **2.** a) $E(3) = -1$; b) $E(k) = k^2 - 6k + 8 = (k - 4)(k - 2)$. Pentru $k = 2m$, $m \in \mathbb{Z}$, avem $E(k) = E(2m) = (2m - 4)(2m - 2) = 4(m - 2)(m - 1)$. Cum $m - 2$ și $m - 1$ sunt numere întregi consecutive, rezultă că 2 divide $(m - 2)(m - 1)$, deci 8 divide $4(m - 2)(m - 1) = E(2m) = E(k)$. **3.** a) Ecuația $f(2a) = a^2 + 5$ este echivalentă cu $a^2 - 2a + 1 = 0$ sau $(a - 1)^2 = 0$. Soluția este $a = 1$; b) Cum $AB \perp BC$, rezultă că distanța de la punctul C la dreapta AB este $BC = 4\sqrt{2}$. **4.** a) $BC = \sqrt{61}$ cm; b) Cum $\frac{DC}{DA} = \frac{2}{3} = \frac{DA}{AB}$ și $\sphericalangle CDA = \sphericalangle DAB = 90°$ rezultă că $\Delta CDA \sim \Delta DAB$, deci $\sphericalangle CAD = \sphericalangle DBA$, de unde deducem că $90° - \sphericalangle CAB = \sphericalangle DBA$ sau $\sphericalangle CAB + \sphericalangle DBA = 90°$, deci $\sphericalangle AOB = 90°$, unde $\{O\} = AC \cap BD$. **5.** a) Avem $DO = OB = \frac{AC}{2} = 6$ cm $= BD$, deci triunghiul BOD este echilateral și atunci $\mathcal{A}_{BOD} = \frac{BD^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ cm^2; b) $\sphericalangle BOD = \sphericalangle DOC + \sphericalangle BOC = 2(\sphericalangle DAC + \sphericalangle BAC) = 2 \cdot \sphericalangle BAD$, deci $\sphericalangle BAD = \frac{1}{2} \cdot \sphericalangle BOD = 30°$. **6.** a) Fie M mijlocul segmentului $B'C'$. Deoarece $A'M \perp B'C'$, $A'M \perp BB'$ (căci $BB' \perp (A'B'C')$) și $BB' \cap B'C' = \{B'\}$, rezultă că distanța de la A' la planul (BCC') este $A'M = 6\sqrt{3}$ cm; b) Fie N mijlocul segmentului $A'B'$. Observăm că $\frac{NO}{NC'} = \frac{1}{3} = \frac{BD}{BC'}$, deci $DO \parallel BN$, de unde deducem că $DO \parallel (ABB')$.

TESTUL 12

Subiectul I. 1. a). **2.** c). **3.** b). **4.** d). **5.** b). **6.** d).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** b). **3.** a). **4.** b). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) 25%; b) $a = 12$, $b = 27$, $c = 48$. **2.** a) $E(n) = n^2 + n + 1$, deci $n^2 < E(n) < n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}^*$; b) Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $E(n)$ este cuprins între pătratele perfecte consecutive n^2 și $(n + 1)^2$, deci $E(n)$ nu poate fi pătratul unui număr natural. Cum $E(0) = 1^2$, rezultă că $n = 0$ este singura soluție a problemei. **3.** a) Din condițiile $f(-2) = -2a + b = 0$ și $f(0) = b = 4$, rezultă că $a = 2$ și $b = 4$; b) $\mathcal{P}_{AOB} = 2 + 4 + \sqrt{20} < 6 + \sqrt{25} = 11$. **4.** a) Deoarece $AG = CE$, $DA = DC$ și $\sphericalangle GAD = \sphericalangle ECD = 90°$, rezultă că $\Delta GAD \equiv \Delta ECD$, deci $DG = DE$. Așadar triunghiul DEG este isoscel; b) Cum $\sphericalangle ADG = \sphericalangle CDE = 30°$ ($\Delta GAD \equiv \Delta ECD$) avem $\sphericalangle GDE = 90°$. Din relațiile $\sphericalangle GDE = 90°$ și $\sphericalangle GDF = 45°$, deducem că DF este bisectoarea unghiului GDE, deci $\sphericalangle(DF, EG) = 90°$ (căci $DG = DE$). **5.** a) $\mathcal{A}_{CEO} = 24$ cm^2; b) În triunghiul ACE, AB și EO sunt mediane, deci F este centrul de greutate și atunci $BF = \frac{AB}{3} = 4$ cm $= BC$. Unghiul BFC are măsura de 45°. **6.** a) Avem $AC = 4\sqrt{2}$ cm și $AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = 4 = AB = BC$, deci $ABCDA'B'C'D'$ este cub; b) $d(B, A'C) = \frac{A'B \cdot BC}{A'C} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$ cm.

TESTUL 13

Subiectul I. 1. b). **2.** c). **3.** d). **4.** c). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** a). **3.** c). **4.** a). **5.** b). **6.** d).

Subiectul al III-lea. 1. a) 12 zile; b) 27 de zile. **2.** a) $E(x) = \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x^2+1} \cdot 4 = \frac{4x}{x^2+1}$; b) $-2 < E(x) \Leftrightarrow -1 < \frac{2x}{x^2+1} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -x^2 - 1 < 2x \Leftrightarrow 0 < (x+1)^2$; $E(x) < 2 \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1} < 1 \Leftrightarrow 0 < (x-1)^2$. **3.** a) $f(0) = 6 \Rightarrow A(0, 6) \in G_f$; $f(7) = 3 \Rightarrow B(7, 3) \in G_f$; b) $AC^2 = 29 = BC^2$, $AB^2 = 58 \Rightarrow AC^2 + CB^2 = AB^2$. Deci, triunghiul ABC este dreptunghic isoscel cu ipotenuza AB. **4.** $\sphericalangle A = 30°$, $\sphericalangle B = 60°$, $\sphericalangle C = 90°$; b) $\mathcal{P}_{MBC} = 3 \cdot 6$ cm $= 18$ cm. **5.** a) Cum DE este paralelă și egală cu BC, rezultă că $BCED$ este paralelogram, deci punctele B, N și E sunt coliniare; b) $p = 25$. **6.** a) 3000 cm^3; b) Fie $OE \perp CV$, $E \in CV$. Cum $BO \perp (VAC)$ și $OE \perp CV$, rezultă că $BE \perp CV$, deci unghiul dintre planele (VAC) și (VBC) este egal cu unghiul BEO. Avem $\text{tg}(\sphericalangle BEO) = \frac{BO}{OE} = \frac{5}{4}$.

TESTUL 14

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** b). **4.** c). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** a). **3.** a). **4.** b). **5.** a). **6.** d).

Subiectul al III-lea. 1. a) În prima zi se plantează 84 de pomi. Dacă $84 = \frac{p}{100} \cdot 160$, obținem $p = 52{,}5$; b) $m + n = 160$ și $\frac{3m}{5} + \frac{2n}{5} = 84$, de unde $m = 100$ și $n = 60$. **2.** b) $S = E(1) + E(5) + \ldots + E(37) = 4 \cdot 10 = 40$. **3.** a) Cum O este mijlocul lui AC, rezultă că $x_O = \frac{x_A + x_C}{2}$ și $y_O = \frac{y_A + y_C}{2}$, de unde concluzia; b) $B(3, -2)$; $f(x) = -2$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$. **4.** a) Fie S și T punctele de tangență ale semicercului cu AB, respectiv AC; atunci $\Delta SBD \equiv \Delta TCD$ (C.U.), deci $BD = DC$; b) Avem $AD \perp BC$. Raza semicercului este înălțimea DS a triunghiului dreptunghic ADB, iar $DS = 12$ cm. **5.** a) $\sphericalangle ADB \equiv \sphericalangle DBC$ (alterne interne), deci $\sphericalangle ADB \equiv \sphericalangle ABD$, de unde $AD = AB$; b) Din a) obținem că $AD = AC$. Apoi, $\sphericalangle DAC = \sphericalangle ACB = 80°$. Avem: $\sphericalangle ADB = 40°$, $\sphericalangle ADC = 50°$, deci $\sphericalangle BDC = 10°$. **6.** a) $BD = 8\sqrt{2}$ cm; b) Completăm cubul $ABCDFEGH$. Observăm că $AE \parallel DH$, așadar $\sphericalangle(AE, BD) = \sphericalangle(DH, BD) = \sphericalangle BDH = 60°$, deoarece triunghiul BDH este echilateral.

TESTUL 15

Subiectul I. 1. d). **2.** d). **3.** c). **4.** b). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** c). **3.** b). **4.** a). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al III-lea. 1. a) În prima zi; b) 270 kg. **2.** b) Obținem că $x^2 \leq 1$, prin urmare $x \in \{-1, 0, 1\}$. Ținând cont și de condițiile de existență, reținem doar valoarea $x = 0$. **3.** a) $f(-1) = 3$, $f(1) = -1$, deci $f(-1) - f(1) = 4$; b) $A(1, -1)$, $B(-3, 7)$; mijlocul segmentului AB este $M(-1, 3)$. **4.** a) Din triunghiurile dreptunghice AOB și COD obținem $AB^2 + CD^2 = AO^2 + OD^2 + OC^2 + OB^2$, iar în mod analog $AD^2 + BC^2 = AO^2 + OD^2 + OC^2 + OB^2$; b) Construim $CM \perp AB$, $M \in AB$; atunci $BC^2 - AD^2 = 49$. Folosind relația de la punctul anterior, vom obține $AD = 12$ cm și $\mathcal{A}_{ABCD} = 150$ cm^2. **5.** a) Folosim asemănarea $\Delta BEM \sim \Delta BDC$; b) Vom demonstra că $AE \perp DB$. Deoarece $\frac{DE}{DA} = \frac{DA}{DB}$ și $\sphericalangle D$ este comun, rezultă că $\Delta DEA \sim \Delta DAB$, deci $\sphericalangle AED = 90°$. Așadar, oricare ar fi punctul $F \in DB$, vom avea că $AF \geq AE$. **6.** a) $B'M = 4$ cm, $BM = 5$ cm, deci $BB' = 3$ cm, iar $\mathcal{A}_t = 224$ cm^2; b) Fie $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$ și $MT \parallel C'O'$, $T \in D'B'$. Deoarece $C'O' \perp D'B'$ și $C'O' \perp DD'$, rezultă că $C'O' \perp (BDD')$. Atunci $MT \perp (BDD')$, iar $d(M, (BDD')) = MT = \frac{C'O'}{2} = 2\sqrt{2}$ cm.

TESTUL 16

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** b). **4.** d). **5.** c). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. a). **2.** b). **3.** b). **4.** c). **5.** a). **6.** a).

Subiectul al III-lea. 1. a) Nu este posibil; b) 100 de probleme. **2.** b) $E(x) = 9 + (x + 1)^2 \geq 9$, deci $\frac{1}{E(x)} \leq \frac{1}{9}$, oricare ar fi numărul real x. **3.** a) $f(-2) = 1, f(0) = -1$, deci $f(-2) \cdot f(0) = -1$; b) Dacă $A(-1, 0)$ și $B(0, -1)$ sunt punctele de intersecție a graficului cu Ox, respectiv Oy, atunci $\sphericalangle MBA = 90°$, deci $d(M, G_f) = MB = \sqrt{2}$. **4.** a) Din $\mathcal{A}_{ADC} = 2 \cdot \mathcal{A}_{ABD}$, rezultă $DC = 2BD$. Deoarece $AD^2 = BD \cdot DC$, obținem $BD = 4$ cm și $DC = 8$ cm, deci $BC = 12$ cm; b) În ΔABC, $AB^2 = BD \cdot BC$, de unde rezultă $AB = 4\sqrt{3}$ cm, iar $\sin(\sphericalangle BCA) = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **5.** a) $BCDM$ este un paralelogram, deci $MB = DC = 6$ cm și $DM = BC = 12$ cm. În ΔADM cu $\sphericalangle ADM = 30°$, avem $AM = \frac{DM}{2} = 6$ cm $= MB$; b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 54\sqrt{3}$ cm$^2 = \sqrt{8748}$ cm^2 $> \sqrt{8100}$ cm^2. **6.** a) Avem: $VB = 2MN = 7$ cm; $AO = 4\sqrt{3}$ cm; $AB = 12$ cm. Atunci $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$ cm^2; b) Dacă T este mijlocul segmentului AC, rezultă $MP \parallel BT$, $MN \parallel VB$, $MN \cap MP = \{M\}$ și $BT \cap VB = \{B\}$, prin urmare $(MNP) \parallel (VOB)$.

TESTUL 17

Subiectul I. 1. d). **2.** b). **3.** c). **4.** c). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. a). **2.** c). **3.** b). **4.** c). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) Nu; b) Din $m - 2 = 5(f - 2)$ și $m + 6 = 3(f + 6)$ obținem $f = 10$ ani (și $m = 42$ de ani). **2.** b) Avem $7 + \sqrt{3}(t-4) \in \mathbb{N}$, de unde $t = 4$. **3.** a) $x = \left(\frac{5}{2\sqrt{2}} - \frac{7}{\sqrt{2}}\right) : \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{-9}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{-3}{4}$; b) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{3}{4\sqrt{5}}\right) \cdot \sqrt{5} = \frac{7}{4\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} = \frac{7}{4}$. Atunci $x + y = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1 \in \mathbb{N}$. **4.** a) Deoarece $\sphericalangle NAB = 45°$, $\sphericalangle ABN = 60°$, rezultă $\sphericalangle ANB = \sphericalangle MNC = 75°$. Ținând cont că $MB = BC$, iar $\sphericalangle MBC = 45°$, obținem $\sphericalangle BMC = 75°$. Astfel, triunghiul MNC este isoscel; b) Fie T mijlocul segmentului AB. În triunghiul echilateral ABM avem $MT \perp AB$ și $G \in MT$. În triunghiul ABC, OT este linie mijlocie, deci $OT \perp AB$. Din unicitatea perpendicularei în punctul T pe dreapta AB rezultă concluzia. **5.** a) Deoarece MN este mediatoare, rezultă $MB = MC = x$ și $AM = 8 - x$. Din triunghiul CAM, obținem $x = 6{,}25$ cm. Așadar, $\mathcal{P}_{MBC} = 2x + BC = 22{,}5$ cm; b) În triunghiul TBC avem $TN \perp BC$, $BA \perp TC$ și $BA \cap TN = \{M\}$, deci M este ortocentrul triunghiului. Astfel, $CM \perp TB$. **6.** a) $BC = 3$ cm, $AC' = \sqrt{48}$ cm $< \sqrt{49}$ cm; b) Deoarece $MC = \sqrt{3}$ cm, constatăm că $MB \perp BD$. Din relațiile: $MB \perp BD$, $MB \perp BB'$ și $BD \cap BB' = \{B\}$, rezultă concluzia.

TESTUL 18

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** b). **4.** b). **5.** c). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** c). **3.** d). **4.** a). **5.** b). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) Nu; b) 8 lei. **2.** b) $E(\sqrt{8}) - E(\sqrt{2}) = E(\sqrt{18}) - E(\sqrt{8}) = 2\sqrt{2}$. **3.** a) $x = \left(\frac{6}{3\sqrt{7}} - \frac{4}{4\sqrt{7}} + \frac{6}{2\sqrt{7}}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{4}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = 2$; b) $y = 2^{27} \cdot 2^6 : 2^{30} = 2^3$. Obținem $m_g = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{2^4} = 2^2$. **4.** a) ΔADM este echilateral, deci $AM = 8$ cm. ΔMBC este isoscel, deci $MB = 8$ cm. Atunci $\mathcal{P}_{ABCD} = 2 \cdot AB + 2 \cdot AD = 48$ cm; b) Fie $MT \perp BC$, $T \in BC$. Atunci $d(M, BC) = MT = \frac{MC}{2} = 4\sqrt{3}$ cm. **5.** a) $AB = AC$ și $\sphericalangle ABC = 75° \Rightarrow \sphericalangle BAC = 30°$, iar $\sphericalangle DAC = 60°$. Deoarece ΔADC este echilateral cu $DC = 6$ cm, rezultă $\mathcal{A}_{ADC} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ cm^2; b) Notăm cu M mijlocul lui AC. Ținând cont că $\frac{MG_1}{MD} = \frac{1}{3}$ și $\frac{MG_2}{MB} = \frac{1}{3}$, rezultă $G_1G_2 \parallel DB$, deci $\Delta MG_1G_2 \sim \Delta MDB$. Așadar, $\frac{G_1G_2}{BD} = \frac{MG_1}{MD} = \frac{1}{3}$, adică $G_1G_2 =$

$= \frac{BD}{3} = 2\sqrt{2}$ cm. **6.** a) $AB = 12$ cm, $AM = AA' = 6\sqrt{3}$ cm, deci $AMM'A'$ este pătrat, cu $AM' \perp A'M$; b) $\text{pr}_{(MAA')} BM' = MM'$, deci $\sphericalangle(M'B, (MAA')) = \sphericalangle BM'M$. Din triunghiul $M'BM$ se obţine $\sphericalangle BM'M = 30°$.

TESTUL 19

Subiectul I. 1. d). **2.** b). **3.** c). **4.** a). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** b). **3.** c). **4.** c). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al III-lea. 1. a) Fracţia $\frac{74}{84}$ nu este echiunitară; b) Din $7a + 5b = 84$, rezultă $a = 12$, $b = 0$ sau $a = 7$, $b = 7$, sau $a = 2$, $b = 14$. Soluţia este $a = 2$, $b = 14$. **2.** b) $E(x) = 3n(3n + 1)$ şi $3n$, $3n + 1$ sunt consecutive, deci $3n(3n + 1) \vdots 2$. Cum $E(n) \vdots 3$, rezultă că $E(n) \vdots 6$. **3.** a) $f(1) = 2$ şi $f(2) = 5$; b) $\mathcal{A}_{AA'B'B} = \frac{(AA'+BB')\cdot A'B'}{2} = \frac{(2+5)\cdot 1}{2} = 3{,}5$. **4.** a) $\sphericalangle DAM = 45° \Rightarrow \sphericalangle DMA = 45°$; b) Din punctul a) $DM = DA = 2$ cm, rezultă $MC = 2\sqrt{3}$ cm. Din triunghiul MCB, deducem $MB = 4$ cm. **5.** Avem $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = ... = 60°$. a) Cum $\sphericalangle AOD = \sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC + \sphericalangle\ COD = 3 \cdot 60° = 180°$, rezultă că A, O, D sunt coliniare; b) Triunghiul ACE este echilateral şi $AC = 3\sqrt{3}$ cm. Rezultă că perimetrul triunghiului ACE este $9\sqrt{3}$ cm. **6.** a) $V = 5 \cdot 4 \cdot 12\text{ cm}^3 = 240\text{ cm}^3$; b) Cum $CC' \parallel AA'$, rezultă $\sphericalangle(AB', CC') = \sphericalangle(AB', AA') = \sphericalangle A'AB'$ şi $\sin(\sphericalangle A'AB') = \frac{A'B'}{AB'} = \frac{5}{13}$.

TESTUL 20

Subiectul I. 1. c). **2.** d). **3.** a). **4.** d). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** b). **3.** c). **4.** c). **5.** a). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) Nu: 207 împărţit la 16 dă restul egal cu 15; b) $145 = n \cdot c_1 + 1$, $207 = n \cdot c_2 + 3$, $329 = n \cdot c_3 + 5$ şi $n \geq 6$; rezultă $nc_1 = 144$, $nc_2 = 204$, $nc_3 = 324$ şi $n \geq 6$. Astfel, n este divizor comun, cel puţin egal cu 6, al numerelor 144, 204 şi 324. Găsim $n = 6$ sau $n = 12$. **2.** b) $E(a) = a^2 - 6a + 7 = (a - 3)^2 - 2$ este număr natural pentru $a = 3 + \sqrt{n}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, astfel încât n nu este pătrat perfect. **3.** a) $f(-1) - f(2) = 3 - (-3) = 6$; b) Punctele A, B, C sunt pe graficul funcţiei f, deci sunt coliniare. **4.** a) AM este mediană în triunghiul dreptunghic ABC, deci $AM = \frac{BC}{2} = 6$ cm. Triunghiul AMC este isoscel cu $\sphericalangle ACM = 15°$. Rezultă $\sphericalangle AMC = 150°$ şi atunci $\sphericalangle AMB = 30°$; b) Din triunghiul dreptunghic ADM cu $AM = 6$ cm, $\sphericalangle AMD = 30°$, deducem $DM = \sqrt{27}$ cm. Cum $\sqrt{27} < 5{,}2$ (deoarece $5{,}2^2 = 27{,}04$), rezultă concluzia. **5.** a) Ducem $CE \perp AB$; din triunghiul dreptunghic CEB cu $CE = 4\sqrt{2}$ cm şi $EB = 2$ cm, rezultă $BC = 6$ cm; b) Fie N mijlocul lui BC. Deoarece MN este linie mijlocie în trapez, rezultă că $MN = 3$ cm. Astfel, $MN = \frac{BC}{2}$ şi, cum MN este mediană în ΔBMC, obţinem concluzia. **6.** b) Deoarece $(MCC') \cap (B'BC) = CC'$ şi $BC \perp CC'$, $MC \perp CC'$, rezultă că $\sphericalangle((MCC'), (B'BC)) = \sphericalangle(BC, MC) = \sphericalangle BCM = 30°$.

TESTUL 21

Subiectul I. 1. b). **2.** c). **3.** b). **4.** b). **5.** a). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** c). **3.** c). **4.** c). **5.** c). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Andrei ar da lui Bogdan $162 : 2 = 27$ de lei şi, astfel, Bogdan ar avea $210 - 162 + 27 = 75$ de lei, care nu reprezintă jumătate din suma rămasă lui Andrei, adică 135 de lei. Deci, nu este posibil ca Andrei să aibă 162 de lei; b) Fie x suma lui Andrei. Avem $\frac{5x}{6}\cdot\frac{1}{2} = 210 - x + \frac{x}{6}$, deci $x = 168$. **2.** a) $E(x) = \frac{x+1}{x^2+1} : \frac{1}{4} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{4x}{x^2+1}$; b) $-2 < E(x) \Leftrightarrow (x + 1)^2 > 0$ (A); $E(x) < 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 > 0$ (A). **3.** a) Cum $f(3) = 0$, rezultă că produsul este 0; b) În triunghiul dreptunghic

AOB, $OA = 3$, $OB = 4 \Rightarrow AB = 5$. **4.** a) $BC = 6$ cm, $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC = 36\sqrt{3}$ cm^2; b) Cum $\Delta MBS \sim \Delta MDC$, rezultă că $\frac{SB}{CD} = \frac{MB}{MD} = \frac{1}{3}$, deci $SB = 2\sqrt{3}$ cm. **5.** a) Fie $AM \perp BC$, $M \in BC$. Avem $AM = 20$ cm şi $\mathcal{A}_{ABC} = AM \cdot BC : 2 = 300$ cm^2; b) Fie $BD' \perp AC$, $D' \in AC$. Observăm că $BD' = 2 \cdot \mathcal{A}_{ABC} : AC = 24$ cm $= BD$. Dacă $D \neq D'$, atunci $BD > BD'$, fals. Deci, $D = D'$ şi atunci $BD \perp AC$. **6.** a) Dacă $SP \perp BC$, $P \in BC$, atunci $\mathcal{A}_{SBC} = SP \cdot BC : 2 = 12 \cdot 10 : 2 = 60$ cm^2; b) Cum $\Delta ASM \equiv \Delta ASN$, înseamnă că $SM = SN$. Deci, avem $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$, de unde rezultă că $MN \parallel BC$. Din relaţiile $MN \parallel BC$, $BC \subset (ABC)$ şi $MN \not\subset (ABC)$ deducem că $MN \parallel (ABC)$.

TESTUL 22

Subiectul I. 1. d). **2.** c). **3.** d). **4.** b). **5.** d). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** d). **3.** b). **4.** b). **5.** a). **6.** c).

Subiectul al III-lea. 1. a) $100\% - 25\% = 75\%$; b) Dacă lungimea totală a drumului este x km, atunci $18 + \frac{3}{5}(x - 18) = \frac{3x}{4}$, de unde rezultă $x = 48$. **2.** a) $E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 + 4x - 2 - x^2 - 2x + 3 = x^2 + 6x + 2$; b) $E(x) = (x+3)^2 - 7 \geq -7$, $\forall x \in \mathbb{R}$ şi $E(-3) = -7$. Valoarea minimală a lui $E(x) = -7$. **3.** a) $a + 2 = 3a - 4 \Leftrightarrow a = 3$; b) $A(-2, 0)$, $B\left(\frac{4}{3}, 0\right)$, $C(3, 5)$, $\mathcal{A}_{ABC} = AB \cdot d(C, Ox) : 2 = \frac{10}{3} \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{3}$. **4.** a) Fie O mijlocul lui MN. Deoarece $\sphericalangle POQ = 180° - \sphericalangle PON - \sphericalangle MOQ = 60°$ şi $OP = OQ$, rezultă că triunghiul OPQ este echilateral, deci $PQ = OP = OQ = 6$ cm; b) $L_{contur} = (18 + 4\pi)$ cm. **5.** a) $\sphericalangle CAD = 90° - \sphericalangle BAD = 90° - 60° = 30°$; b) Aplicând teorema $30° - 60° - 90°$ în triunghiurile ABC şi ADC, obţinem $AC = \frac{BC}{2} = 12$ cm şi apoi $CD = \frac{AC}{2} = 6$ cm. **6.** a) În triunghiul VAC, VO este mediană şi $VG = 2GO$, deci G este centrul de greutate a triunghiului. Aşadar, M este mijlocul muchiei CV; b) Avem $MO \parallel (VAB)$, $ON \parallel (VAB)$ şi $MO \cap ON = \{o\}$, rezultă că $(MON) \parallel (ABV)$.

TESTUL 23

Subiectul I. 1. d). **2.** d). **3.** c). **4.** c). **5.** b). **6.** a).
Subiectul al II-lea. 1. d). **2.** c). **3.** c). **4.** b). **5.** b). **6.** b).

Subiectul al III-lea. 1. a) 360kg; b) 200kg. **2.** b) $2n - 1 \geq -6 \Rightarrow n \geq -\frac{5}{2} \Rightarrow n \in \{-2, -1\}$. **3.** a) $m = 1$; b) $4\sqrt{2}$. **4.** Cum $DA = DB : 2$, rezultă că $\sphericalangle ABD = 30°$, deci $\sphericalangle BOM = \sphericalangle OAB + \sphericalangle OBA = 45° + 30° = 75°$; b) Avem $AD = DM = 4$ cm şi $BD = 8$ cm. Din relaţia $\Delta DOM \sim \Delta BOA$, rezultă că $\frac{DO}{OB} = \frac{DM}{AB}$, de unde obţinem $\frac{DO}{8 - DO} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, deci $DO = 4\left(\sqrt{3} - 1\right)$cm. **5.** a) $AE = 4\sqrt{5}$ cm; b) În triunghiul ADE, EB şi AC sunt înălţimi, deci DC este înălţime. **6.** a) Observăm că AO_1 este înălţimea triunghiului echilateral ACB', deci $AC\sqrt{3} : 2 = AO_1 = 3\sqrt{6}$, de unde obţinem $AC = 6\sqrt{2}$ dm. Aşadar $AB = 6$ dm şi aria cutiei este 216 dm^2. Cum $240 - 10\%\ 240 = 216$, înseamnă că 240 dm^2 de carton ajung pentru confecţionarea cutiei; b) Din relaţiile $CB = CD = CC' = 6$ dm şi $A'B = A'D = A'C' = 6\sqrt{2}$ dm, rezultă că $A'C \perp (C'BD)$.

TESTUL 24

Subiectul I. 1. b). **2.** a). **3.** d). **4.** a). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** d). **3.** a). **4.** d). **5.** a). **6.** b).
Subiectul al III-lea. 1. a) Dacă ar fi 13 oi, ele ar avea împreună 52 de picioare, fals; b) Dacă r reprezintă numărul raţelor şi o numărul oilor, atunci $o + r = 16$ şi $4o + 2r = 50$. Se obţine $r = 7$. **2.** a) $E(x) = 3x^2 + x - x^2 + 4x - 4 - x^2 - 2x - 1 + 5 = x^2 + 3x$, pentru orice număr real x; b) $E(n) = n(n + 3)$. Factorii sunt numere naturale cu parităţi diferite, deci produsul este număr par. **3.** a) $f(-1) = \frac{1}{2}$, $f(2) = 2$, deci $f(1) \cdot f(2) = 1$; b) $A(-2, 0)$, $B(0, 1)$, deci $\mathcal{A}_{AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = 1$. **4.** a) Construind $CC_1 \perp AB$, $DD_1 \perp AB$, $C_1, D_1 \in AB$, obţinem că $BC_1 = AD_1 = 6$ cm, $D_1C_1 = DC = 12$ cm, deci $AB = 24$ cm şi $AM = 12$ cm; b) $AMCD$ este romb, deci $CM = DA = 12$ cm. În triunghiul ACB, MC este mediană şi $MC = \frac{AB}{2}$, deci $\sphericalangle ACB = 90°$; $AC = 12\sqrt{3}$ cm. **5.** a) Deoarece $\sphericalangle ACB = 60°$, $\sphericalangle DAC = 90°$, rezultă că $AC = \frac{DC}{2} = 6$ cm, deci $DC = 12$ cm; b) $\mathcal{P}_{ADC} = (18+6\sqrt{3})$ cm. Deoarece $3\sqrt{3} > 5$, rezultă că $18 + 6\sqrt{3} > 28$ cm. **6.** a) Din triunghiul VOM, obţinem că $OM = 9$ m, deci $AB = 18$ m. $\mathcal{A}_{\text{lat.}} = \frac{\mathcal{P}_{ABCD} \cdot VM}{2} = 540$ m^2. Dacă pentru 13,5 m^2 folosim 5 kg de vopsea, atunci cu cele 200 kg vom vopsi $40 \cdot 13{,}5 = 540$ m^2; b) Relaţiile $(PBC) \cap (ABC) = BC$, $OM \perp BC$, $PM \perp BC$, $OM \subset (ABC)$ şi $PM \subset (PBC)$, conduc la $\sphericalangle((PBC), (ABC)) = \sphericalangle PMO$. Din triunghiul POM, $\sphericalangle O = 90°$, $OM = PO = 9$ m, rezultă că $\sphericalangle PMO = 45°$.

TESTUL 25

Subiectul I. 1. c). **2.** c). **3.** a). **4.** b). **5.** d). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. c). **2.** d). **3.** a). **4.** c). **5.** a). **6.** d).
Subiectul al III-lea. 1. a) Nu este posibil; b) Dacă r este preţul unui kg de roşii şi c este preţul unui kg de cartofi, atunci $2r + 3c = 16$ şi $4r + 2c = 24$. Se obţine $c = 2$ lei. **2.** a) $x^2 + 2x - 3 = x^2 - 3x - x - 3 = (x + 3)(x - 1)$. Altfel: $(x + 3)(x - 1) = x^2 - x + 3x - 3 = x^2 + 2x - 3$; b) $E(x) = x^2 + 4x + 3$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 1\}$. Atunci $1 + E(n) = n^2 + 4n + 4 = (n + 2)^2$. **3.** a) $f(\sqrt{3}) = 0$, $f(0) = -3$, de unde $f(\sqrt{3}) - f(0) = 3$; b) $A(\sqrt{3},0)$, $B(0, -3)$, $d(O, AB) = \frac{3}{2}$. **4.** a) $2BC + 15 = 27$, deci $BC = 6$ cm. b) $DC \parallel AB$, deci $\Delta COD \sim \Delta AOB$ şi $\frac{OC}{OA} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{CM}{MB}$. Rezultă că $OM \parallel AB$, deci $\frac{OM}{AB} = \frac{CM}{BC}$, prin urmare $OM = \frac{10}{3}$ cm. **5.** a) $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 10$ km $= OD$; b) $\mathcal{A}_{ABD} = \frac{AO \cdot BD}{2} = \frac{AD \cdot d(B, AD)}{2}$, de unde $d(B, AD) = \frac{216}{13}$ km. Timpul necesar parcurgerii acestei distanţe este $t = \frac{d}{v} = \frac{216}{13} \cdot \frac{1}{18} = \frac{12}{13}$ ore, mai mic de 1 oră. **6.** a) $\mathcal{A}_t = 0{,}54$ m$^2 > 0{,}5$ m^2, deci nu putem împacheta cutia; b) $\sin(\sphericalangle BOC) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

TESTUL 26

Subiectul I. 1. d). **2.** b). **3.** d). **4.** b). **5.** c). **6.** b).
Subiectul al II-lea. 1. b). **2.** a). **3.** a). **4.** c). **5.** d). **6.** c).
Subiectul al III-lea. 1. a) Dacă ar fi 10 apartamente cu trei camere, atunci ar fi tot 10 apartamente cu două camere, în total 50 de camere (fals); b) Dacă d şi t reprezintă numărul apartamentelor cu două, respectiv trei camere, atunci $d + t = 20$, $2d + 3t = 49$, astfel că $d = 11$. **2.** b) $E(x) = \frac{x}{3}$; media aritmetică va fi egală cu $1 \in \mathbb{N}$. **3.** a) 8; b) $A(2, 0)$; $B(0, 4)$,